

7. Klasse • Mathematik

DUDEN

WISSEN • ÜBEN • TESTEN

Mathematik

7. KLASSE



Alles, was
du wissen
musst

So lernst du mit diesem Buch:

Wissen

Hier wiederholst du Schritt für Schritt, was du zu jedem Lernthema wissen musst, um richtig vorbereitet zu sein.

In der linken Spalte: Regeln und Arbeitsanleitungen

In der rechten Spalte: Beispiele und Veranschaulichungen

Üben

Hier wendest du das Gelernte auf typische Übungsaufgaben an.

Damit du deinen Lernfortschritt selbst überwachen kannst, gibt es verschiedene Schwierigkeitsstufen:



Übungen zum Wiederholen des Lernstoffs



Übungen zu Standardaufgaben und für die nötige Sicherheit vor der Klassenarbeit



Übungen zu besonderen und anspruchsvolleren Problemen

Wissen⁺

Diese Kästen geben dir zusätzliche Informationen, Tipps und Hinweise für das Bearbeiten der Übungen.

Testen

Hier testest du dein Wissen mit vermischten und übergreifenden Aufgaben eines Kapitels.

Klassenarbeit

Alle Lernthemen eines Kapitels werden wie in einer echten Klassenarbeit abgefragt.



45 Minuten

Die Minutenangabe sagt dir, wie viel Zeit du für die Bearbeitung einer Klassenarbeit hast.

1

Rationale Zahlen

- 1.1 Rechnen mit rationalen Zahlen ⇨ 5
- 1.2 Rechengesetze und Klammerregeln ⇨ 10
- 1.3 Potenzen ⇨ 14
 - Klassenarbeit 1-4 ⇨ 17

2

Terme und Gleichungen

- 2.1 Terme mit Variablen ⇨ 23
- 2.2 Gleichungen und Ungleichungen ⇨ 28
- 2.3 Systematisches Lösen von Problemen ⇨ 32
 - Klassenarbeit 1-3 ⇨ 36

3

Prozent- und Zinsrechnung

- 3.1 Der Prozentbegriff ⇨ 39
- 3.2 Prozentsatz - Prozentwert - Grundwert ⇨ 42
- 3.3 Zinsen und Zinseszinsen ⇨ 47
 - Klassenarbeit 1-4 ⇨ 49

4

Zuordnungen und lineare Funktionen

- 4.1 Zuordnungen und ihre Graphen ⇨ 55
- 4.2 Proportional und indirekt proportional ⇨ 61
- 4.3 Lineare Funktionen und Gleichungen ⇨ 66
 - Klassenarbeit 1-3 ⇨ 70

Inhalt

5

Grundkonstruktionen

- 5.1 Geraden, Kreise, Winkel und Abstände ⇨ 76
- 5.2 Konstruktionen mit Zirkel und Lineal ⇨ 80
- 5.3 Kongruenzabbildungen ⇨ 84
- 5.4 Winkel an Geraden und Parallelen ⇨ 89
- 5.5 Geraden und Winkel am Kreis ⇨ 92
- Klassenarbeit 1-2 ⇨ 95

6

Dreiecke und Vierecke

- 6.1 Dreiecke ⇨ 99
- 6.2 Punkte und Linien im Dreieck ⇨ 103
- 6.3 Kongruente Dreiecke ⇨ 107
- 6.4 Vierecke ⇨ 113
- 6.5 Spezielle Vierecke ⇨ 115
- Klassenarbeit 1-4 ⇨ 121

7

Daten erheben und auswerten

- 7.1 Kennwerte von Datenreihen ⇨ 125
- 7.2 Quartile und Boxplots ⇨ 128
- Klassenarbeit ⇨ 134

8

Zufall und Wahrscheinlichkeit

- 8.1 Wahrscheinlichkeit und Häufigkeit ⇨ 136
- 8.2 Summen- und Pfadregeln ⇨ 140
- Klassenarbeit 1-2 ⇨ 144

Lösungen ⇨ 147

Stichwortfinder ⇨ 176

1 Rationale Zahlen

1.1 Rechnen mit rationalen Zahlen

Die negativen und die positiven Bruchzahlen bilden zusammen mit der Null die Menge der **rationalen Zahlen** \mathbb{Q} .

Die **rationalen Zahlen** kann man auf der **Zahlengeraden** veranschaulichen:

- Die **negativen Zahlen** liegen links von der Null und haben ein **negatives Vorzeichen** (Minus: -).
- Die **positiven Zahlen** liegen rechts von der Null und können durch ein **positives Vorzeichen** (Plus: +) gekennzeichnet werden. Das +-Zeichen kann auch weggelassen werden.
- Die Null ist weder positiv noch negativ.

Der Abstand einer Zahl zur Null heißt **Betrag der Zahl**. Haben zwei Zahlen denselben Betrag, ist jede der Zahlen die **Gegenzahl** (**entgegengesetzte Zahl**) der anderen.

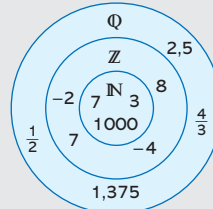
$$|a| = \begin{cases} a, & \text{wenn } a \geq 0 \\ -a, & \text{wenn } a < 0 \end{cases}$$

Liegt eine Zahl a auf der Zahlengeraden links von einer Zahl b , so sagt man a ist **kleiner als** b und man schreibt $a < b$. Dann gilt auch: b ist **größer als** a und man schreibt $b > a$.

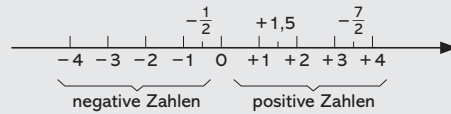
Das **Koordinatensystem (Achsenkreuz)** wird ebenfalls in den negativen Bereich fortgesetzt. Die Pfeilspitzen an den Achsen zeigen an, in welcher Richtung die Zahlen größer werden.

Koordinaten eines Punktes P schreibt man in der Form $P(x | y)$.

Den **x-Wert** nennt man auch **Abszisse**, den **y-Wert** auch **Ordinate** eines Punktes.

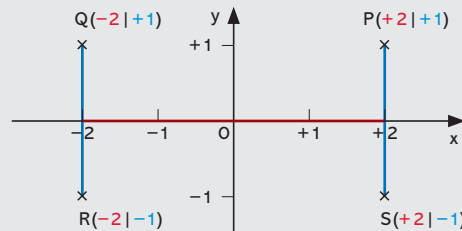
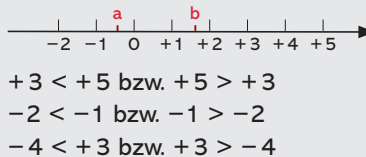
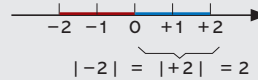


$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \text{ mit } p, q \in \mathbb{Z}, \text{ aber } q \neq 0 \right\}$$



Beispiele für rationale Zahlen: -1 ; $-\frac{1}{2}$; $1,5$; 2

Der Betrag von -2 ist 2 : $|-2| = 2$.
 -2 ist die Gegenzahl von $+2$ und
 $+2$ ist die Gegenzahl von -2 .



$R(-2 | -1)$ bedeutet: von der Null aus **2** Einheiten nach **links** und **1** nach **unten**;

$P(+2 | +1)$ bedeutet: von der Null aus **2** Einheiten nach **rechts** und **1** nach **oben**.

Addition und Subtraktion

Rationale **Zahlen mit demselben Vorzeichen** werden addiert, indem man

- die Beträge addiert und
- dem Ergebnis das gemeinsame Vorzeichen gibt.

$$\begin{aligned} (+3) + (+2,1) &= +(3 + 2,1) = +5,1 \\ (-3) + (-2,1) &= -(3 + 2,1) = -5,1 \end{aligned}$$

Rationale **Zahlen mit unterschiedlichen Vorzeichen** werden addiert, indem man

- den kleineren Betrag vom größeren subtrahiert und
- dem Ergebnis das Vorzeichen der Zahl mit dem größeren Betrag gibt.

$$\begin{aligned} (+7) + (-6,5) &= +(7 - 6,5) = +0,5 \\ (-7) + (+6,5) &= -(7 - 6,5) = -0,5 \end{aligned}$$

Man **subtrahiert** eine rationale Zahl, indem man ihre Gegenzahl addiert:

$$a - b = a + (-b)$$

$$a - (-b) = a + (+b)$$

$$3,4 - 2,1 = 3,4 + (-2,1) = +1,3$$

$$\left(-\frac{1}{4}\right) - \left(-\frac{3}{4}\right) = \left(-\frac{1}{4}\right) + \left(+\frac{3}{4}\right) = +\frac{2}{4} = +\frac{1}{2}$$

Multiplikation

Zwei rationale Zahlen werden multipliziert, indem man die Beträge multipliziert. Das Produkt ist

- positiv, wenn beide Faktoren dasselbe Vorzeichen haben;
- negativ, wenn die Faktoren unterschiedliche Vorzeichen haben.

$$(-2) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = +\frac{2}{3} \quad (+3) \cdot (-1,2) = -3,6$$

$$+ \cdot + = + \quad - \cdot - = +$$

$$+ \cdot - = - \quad - \cdot + = -$$

Merke: Die Multiplikation einer Zahl mit -1 bewirkt, dass sich das Vorzeichen ändert.

$$-1 \cdot (+13) = -13 \quad -1 \cdot (-112) = +112$$

Division

Zwei rationale Zahlen werden dividiert, indem man ihre Beträge dividiert.

Der Quotient ist

- positiv, wenn Dividend und Divisor dasselbe Vorzeichen haben;
- negativ, wenn sie unterschiedliche Vorzeichen haben.

$$\begin{aligned} (+4) : (+0,2) &= +20 & (-16) : (-4) &= +4 \\ (+2) : (-3) &= -\frac{2}{3} & (-12) : (+3) &= -4 \end{aligned}$$

$$+ : + = + \quad - : - = +$$

$$+ : - = - \quad - : + = -$$

Achtung: Durch null darf man nicht teilen!

$-3 : 0$ und $\frac{-3}{0}$ sind nicht definiert und deshalb nicht möglich!

Division einer rationalen Zahl durch eine andere bedeutet das Gleiche wie **Multiplikation** mit dem Kehrwert: $a : b = a \cdot \frac{1}{b}$.

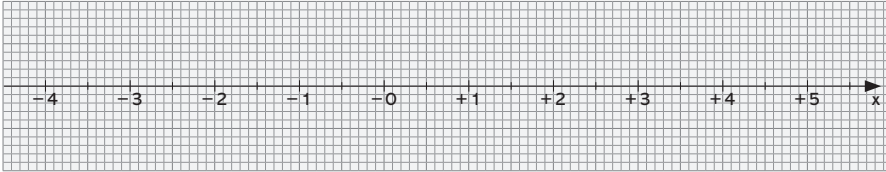
$$-\frac{3}{7} : (+3) = -\frac{3}{7} \cdot \left(+\frac{1}{3}\right) = -\frac{3}{7} \cdot \frac{1}{3} = -\frac{1}{7}$$

1 Rationale Zahlen



Ordne die Zahlen in der Form $a < b < c < \dots$ Beginne mit der kleinsten Zahl. (Tipp: Verdeutliche dir die Lage der Zahlen auf der Zahlengeraden.)

$$-3; +2; -3,5; -2,5; +0,3; +3,2; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}; +4,7; -1,5; +\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}$$



Paul hat 5€ und 50ct Schulden bei seiner Schwester. Für einen Kinobesuch leiht er sich nochmal 7€ 25ct von einem Freund. Glücklicherweise kommt seine Oma zu Besuch und schenkt ihm 20€. In einer Hosentasche findet er noch 40ct. Wie viel Geld hat er nun?

Wissen+

Zur Erinnerung: Brüche vergleichen

1. Bei **gleichnamigen Brüchen** musst du die Zähler vergleichen.
2. **Ungleichnamige Brüche** musst du zuerst gleichnamig machen (auf einen gemeinsamen Nenner erweitern) und anschließend die Zähler vergleichen.

Achtung: Berücksichtige die Vorzeichen!

Tipp: Um eine Dezimalzahl mit einem Bruch zu vergleichen, wandelst du sie zuerst in einen Bruch um.

- Vergleiche $-\frac{1}{3}$ und $-\frac{1}{4}$.
 $-\frac{1}{3} = -\frac{4}{12}$ und $-\frac{1}{4} = -\frac{3}{12}$.
 Also: $-\frac{1}{3} < -\frac{1}{4}$, denn
 $-\frac{4}{12} < -\frac{3}{12}$ bzw. $-4 < -3$.
- Vergleiche $0,7$ und $\frac{5}{7}$.
 $0,7 = \frac{7}{10} = \frac{49}{70}$ und $\frac{5}{7} = \frac{50}{70}$,
 also $0,7 < \frac{5}{7}$.

Üben

1 Rationale Zahlen

Übung 3

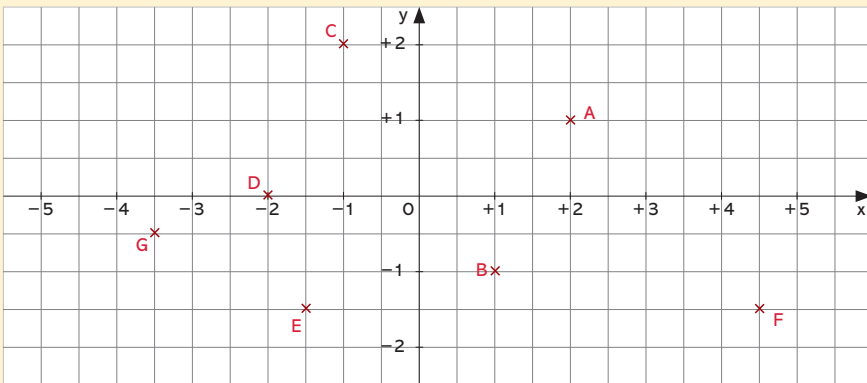


Betrachte das unten stehende Koordinatensystem.

a) Gib die Koordinaten $(x | y)$ der eingezeichneten Punkte an.

b) Markiere die folgenden Punkte im Koordinatensystem:

H(+2,5 | +0,5); I(-2 | -1); J(0 | +1,7); K(-2,4 | 0); L(-4,5 | -2,2); M(-4,5 | +1,2).



Übung 4



Setze das richtige Relationszeichen ein ($<$, $>$ oder $=$).

a) $+2$ $+2,2$

b) -4 $-3,5$

c) $-\frac{2}{7}$ $-\frac{1}{3}$

d) $-22,2$ $-22,3$

e) $|-17|$ $+17$

Übung 5



Ergänze die Tabelle.

Zahl	+7	-1,5		0	-0,16	$-\frac{3}{97}$	-	+
Gegenzahl			+3,4				+	-
Betrag							6,7	$\frac{2}{3}$

Wissen⁺

Zur Erinnerung: Bruchrechnung

Brüche addieren und subtrahieren

1. Mache die Brüche gleichnamig.
2. Addiere bzw. subtrahiere die Zähler.
Achtung: Beachte die Vorzeichen!
3. Kürze das Ergebnis.

$$-\frac{1}{5} + \frac{2}{3} = -\frac{3}{15} + \frac{10}{15} = \frac{-3 + 10}{15} = \frac{7}{15}$$

$$\frac{4}{3} - \frac{7}{4} = \frac{16}{12} - \frac{21}{12} = \frac{16 - 21}{12} = -\frac{5}{12}$$

Brüche multiplizieren

Multipliziere Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner:

$$\frac{4}{15} \cdot \frac{21}{8} = \frac{4 \cdot 21}{15 \cdot 8} = \frac{1 \cdot 7}{5 \cdot 2} = \frac{7}{10}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Brüche dividieren

Multipliziere den ersten Bruch mit dem Kehrwert des zweiten Bruchs:

$$\frac{16}{13} : \frac{8}{39} = \frac{16}{13} \cdot \frac{39}{8} = \frac{2 \cdot 16 \cdot 39}{13 \cdot 8} = \frac{2 \cdot 3}{1 \cdot 1} = 6$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Tipp: Gemischte Zahlen musst du in Brüche umwandeln. Kürze, wenn möglich, und multipliziere die gekürzten Zahlen.

**

Berechne die Aufgaben.

a) $-2 + 3,5$

b) $9 + (-17)$

c) $23,3 - (-11,7)$

d) $-1,3 + (-1,7)$

e) $-55,5 + (-45,1)$

f) $\frac{2}{7} + \left(-\frac{3}{7}\right)$

g) $-1,4 - 1,6$

h) $-8,27 + (-3,73)$

i) $-\frac{3}{8} + \left(-\frac{1}{6}\right)$

j) $-\frac{3}{5} - (-0,6)$

Berechne. Beachte dabei die Vorzeichenregeln.

a) $-7 \cdot (+3)$

b) $-6 \cdot (+1,5)$

c) $-4 \cdot 1,2$

d) $-5 \cdot (-117)$

e) $220 : (-11)$

f) $\frac{3}{8} \cdot \left(-\frac{5}{9}\right)$

g) $(-1,6) : (-0,4)$

h) $-\frac{3}{4} : \left(-\frac{9}{28}\right)$

i) $-\frac{3}{5} : \left(-\frac{25}{2}\right)$

j) $-1\frac{3}{7} : 2\frac{1}{3}$

1.2 Rechengesetze und Klammerregeln

Kommutativgesetz (KG)

Beim **Addieren** darfst du die Summanden vertauschen: $a + b = b + a$

Merke: $a - b = a + (-b)$.

Beim **Multiplizieren** darfst du die Faktoren vertauschen: $a \cdot b = b \cdot a$

$$(-2) + (-5) = (-5) + (-2) = -7$$

$$3,2 - 0,2 = 3,2 + (-0,2)$$

$$= -0,2 + 3,2 = 3$$

$$-5 \cdot 2 = 2 \cdot (-5) = -10$$

Assoziativgesetz (AG)

In einer **Summe** aus mehreren Summanden darfst du die Klammern umsetzen, d. h. die Reihenfolge der Rechenschritte vertauschen:

$$a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)$$

In einem **Produkt** aus mehreren Faktoren darfst du die Klammern umsetzen, d. h. die Reihenfolge der Rechenschritte vertauschen:

$$a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$-1,7 + (-0,3) + 1,3 = [-1,7 + (-0,3)] + 1,3$$
$$= -2 + 1,3 = -0,7$$

oder:

$$-1,7 + (-0,3) + 1,3 = -1,7 + [(-0,3) + 1,3]$$
$$= -1,7 + 1 = -0,7$$

$$-\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{7} = \left(-\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{2}{7} = -1 \cdot \frac{2}{7} = -\frac{2}{7}$$

$$-\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{7} = -\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{7}\right) = -\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{21} = -\frac{2}{7}$$

Distributivgesetz (DG)

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$$

Dies nennt man **ausmultiplizieren**.

Die umgekehrte Anwendung dieses Gesetzes nennt man **ausklammern**:

$$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$$

$$a \cdot b - a \cdot c = a \cdot (b - c)$$

Tipp: Nach dem KG gilt auch:

$$a \cdot (b + c) = (b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a$$

$$a \cdot (b - c) = (b - c) \cdot a = b \cdot a - c \cdot a$$

Bei der **Division** gilt das **Distributivgesetz** nur in der Form

$$(a + b) : c = a : c + b : c \text{ bzw.}$$

$$(a - b) : c = a : c - b : c$$

Ausmultiplizieren:

$$3 \cdot (10 + 7) = 3 \cdot 10 + 3 \cdot 7 = 30 + 21 = 51$$

Ausklammern:

$$7 \cdot 12 + 7 \cdot 8 = 7 \cdot (12 + 8) = 7 \cdot 20 = 140$$

$$(36 - 9) : 3 = 36 : 3 - 9 : 3 = 12 - 3 = 9$$

Nutze das **Distributivgesetz**, um Terme zu vereinfachen.

Oft gibt es mehrere Möglichkeiten!

$$-19 \cdot 12 = -19 \cdot (10 + 2)$$

$$= -19 \cdot 10 + (-19) \cdot 2$$

$$= -190 + (-38) = -228$$



Stelle die Terme mithilfe der Rechengesetze so um, dass du Rechenvorteile nutzen kannst. Notiere die angewendeten Gesetze jeweils neben den Schritten. Führe die Rechnungen zu Ende. (Tipp: Klammern kannst du auch „in Gedanken“ umsetzen (Assoziativgesetz).)

a) $\frac{317}{30} - 2 - \frac{17}{30}$
 $= \frac{317}{30} - \frac{17}{30} - 2$
 $= \left(\frac{317}{30} - \frac{17}{30}\right) - 2$
 $=$
 $=$

Rechengesetz:

b) $-13,4 + 3,1 - 6,6$
 $= -13,4 - 6,6 + 3,1$
 $= (-13,4 - 6,6) + 3,1$
 $=$
 $=$

Rechengesetz:

Wissen+

Vorzeichen und Rechenzeichen

Zur Vereinfachung darfst du bei Addition und Subtraktion **Vorzeichen und Rechenzeichen zusammenfassen**.

$$a + (+b) = a + b \quad a + (-b) = a - b$$

$$a - (-b) = a + b \quad a - (+b) = a - b$$

$$(-10) - (+3) = -10 - 3 = -13$$



Überlege, wie du bei diesen Rechnungen am geschicktesten vorgehst. Notiere die einzelnen Schritte und die angewendeten Rechengesetze in deinem Heft. (Tipp: Denke daran, dass du eine Differenz immer als Summe schreiben kannst: $a - b = a + (-b)$.)

a) $733,3 + 18,2 - 13,3 =$

b) $-33,7 - 2,3 + 3,5 =$

c) $133,1 - 122,2 - 13,1 =$

d) $-44,7 + \frac{2}{5} - 12,3 =$

e) $-14,4 + 12,8 - 13,6 =$

f) $\frac{3}{4} - 1\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{2}{3} =$

g) $-\frac{7}{9} + \frac{7}{6} - \frac{11}{9} - \frac{11}{6} =$

h) $-999,01 - 9,9 - 0,09 =$

Üben

1 Rationale Zahlen

Übung 10

✖✖ Berechne folgende Aufgaben im Kopf und nutze dabei Rechenvorteile.

a) $167 - 88 + 33$ =

b) $3,6 - 2,3 + 0,4$ =

c) $2,3 - 0,7 - 3,3$ =

d) $223,4 - 0,1 - 13,4$ =

e) $\frac{7}{8} + \frac{1}{3} + \frac{1}{8}$ =

f) $-\frac{4}{11} + 2\frac{2}{3} - 2\frac{7}{11}$ =

g) $\frac{1}{17} + \frac{6}{7} - \frac{13}{7}$ =

h) $0,4 + \frac{3}{4} - \frac{1}{4} + 1,1$ =

Wissen+

Tipps für das Kopfrechnen

- Stelle **Multiplikationsaufgaben** mit Brüchen immer so um, dass man leicht kürzen kann!
- **Negative Vorzeichen** kannst du beim Multiplizieren im Kopf zunächst ignorieren, beim Ergebnis musst du aber das richtige Vorzeichen notieren!

Merke:

- *Gerade* Anzahl negativer Vorzeichen: *positives* Ergebnis
- *Ungerade* Anzahl negativer Vorzeichen: *negatives* Ergebnis

11

✖✖ Rechne vorteilhaft. Welche Aufgaben kannst du im Kopf rechnen?

a) $-2 \cdot (-13) \cdot (-5)$

b) $-5 \cdot 27 \cdot (-0,2)$

c) $\frac{2}{19} \cdot (-17) \cdot \left(-\frac{19}{3}\right)$

d) $40 \cdot (-4,4) \cdot \frac{1}{4}$

Übung 12

✖✖ Berechne durch Ausmultiplizieren.

a) $-5 \cdot (-20 + 3)$

b) $-13 \cdot (-1 + 10)$

c) $-\frac{2}{3} \cdot (-30 + 3)$

d) $\left(\frac{1}{5} - 3\right) \cdot \left(-\frac{5}{3}\right)$

e) $(-7) \cdot \left(-\frac{2}{7} - 0,2\right)$

f) $-28 \cdot \left(-\frac{3}{4} + \frac{3}{14}\right)$

g) $(333 - 9) : (-3)$

h) $\left(-\frac{2}{3} + \frac{2}{5}\right) : \frac{2}{15}$

1 Rationale Zahlen

Übung 13



Berechne durch Ausklammern. (Tipp: $-a \cdot b + a \cdot c = -a \cdot b - (-a) \cdot c$.)

a) $-13 \cdot 22 + (-13) \cdot 8$

b) $25 \cdot 13 - 15 \cdot 25$

c) $-6,5 \cdot 13 + 6,5 \cdot (-7)$

d) $-7,3 \cdot 172 - 28 \cdot 7,3$

Wissen+

Klammern auflösen (weglassen)

Wird eine **Plusklammer** aufgelöst, so lässt man die Klammer einfach weg:

$$a + (b + c) = a + b + c$$

Wird eine **Minusklammer** aufgelöst, so muss man alle Vorzeichen in der Klammer ändern:

$$a - (b + c) = a - b - c$$

$$-1 + (2 + 3) = -1 + 2 + 3 = 4$$

$$1,2 + [(-0,7) + 7] = 1,2 - 0,7 + 7 = 7,5$$

$$\frac{2}{3} - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right) = \frac{2}{3} - \frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

$$-11 - (-3 + 0,2) = -11 + 3 - 0,2 = -8,2$$



Berechne die Terme, indem du zuerst die Klammern auflöst.

a) $-27 + (17 - 6)$

b) $-26 - (24 - 51)$

c) $\frac{2}{5} - \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{5}\right)$

d) $-(211,5 + 13,5) - 16,5$

Übung 14

1.3 Potenzen

Die Multiplikation gleicher Faktoren kann als **Potenz** geschrieben werden:

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n\text{-mal der Faktor } a} = a^n$$

In der Potenz a^n heißt a die **Basis** und n der **Exponent**. Das Ergebnis der Rechnung heißt Wert der Potenz (Potenzwert).

a kann eine beliebige rationale Zahl und n jede natürliche Zahl größer als 1 sein. Zusätzlich wird festgelegt:

$$a^0 = 1; a^1 = a; 1^n = 1$$

Ist die Basis eine negative Zahl oder ein Bruch, muss sie in Klammern stehen und der Exponent steht außerhalb der Klammern.

Vorzeichenregeln:

1. Ist die **Basis positiv**, so ist auch der Wert jeder Potenz positiv.
2. Ist die **Basis negativ**, so ist der Wert der Potenz
 - *positiv*, wenn der Exponent *gerade* ist;
 - *negativ*, wenn der Exponent *ungerade* ist.

Eine Potenz a^2 ($a \in \mathbb{N}$) mit dem Exponenten 2 heißt **Quadratzahl**.

Das **Quadrieren** setzt man z. B. bei der Berechnung von Flächen ein.

Eine Potenz a^3 ($a \in \mathbb{N}$) mit dem Exponenten 3 heißt **Kubikzahl**. Mit Kubikzahlen berechnet man z. B. Volumen.

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 = 16$$

$$(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = (-3)^3 = -27$$

Basis $\rightarrow 2^4 \leftarrow$ Exponent

Der *Wert* dieser Potenz ist 16, denn
 $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

$$7^0 = 1 \quad 18^1 = 18 \quad 1^{765} = 1$$

$$\left(-\frac{1}{7}\right) \cdot \left(-\frac{1}{7}\right) = \left(-\frac{1}{7}\right)^2$$

positive Basis:

$$5^2 = 5 \cdot 5 = 25 > 0$$

$$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125 > 0$$

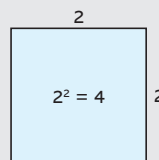
negative Basis:

$$(-4)^2 = (-4) \cdot (-4) = 16 > 0$$

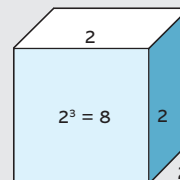
$$(-4)^3 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = -64 < 0$$

$$(-4)^4 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = 256 > 0$$

Quadratzahl



Kubikzahl



1 Rationale Zahlen

* Fülle die Lücken aus.

- a) In der Potenz 5^2 nennt man 5 und 2 .
- b) Der der Potenz 11^2 ist 121.
- c) Ist die Basis einer Potenz positiv, dann ist der Wert .
- d) Hat eine Potenz eine negative Basis und einen ungeraden Exponenten, dann ist der Wert der Potenz ; ist der Exponent gerade, dann ist der Wert der Potenz .
- e) Wenn $11^2 = 121$ gilt, dann ist 11 die von 121.

Wissen+

Brüche potenzieren

Um einen **Bruch** zu potenzieren, musst du seinen **Zähler** *und* seinen **Nenner** mit dem Exponenten potenzieren.

Beim Potenzieren von Dezimalzahlen musst du auf das Komma achten!

Eine **Dezimalzahl** kannst du leicht potenzieren, wenn du sie als Bruch schreibst.

$$\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{3^3}{5^3} = \frac{27}{125}$$

$$0,07^2 = 0,07 \cdot 0,07 = 0,0049$$

$$0,07^2 = \left(\frac{7}{100}\right)^2 = \frac{7^2}{100^2} = \frac{49}{10000} = 0,0049$$

* Welches Volumen hat ein Würfel mit der Kantenlänge 5 cm?

*** Wie lang ist eine Seite eines Quadrates mit 225m^2 Flächeninhalt?

Üben

1 Rationale Zahlen

Übung 18



Überlege dir zunächst das Vorzeichen, potenziere dann den Betrag der Basis und bestimme den Wert der Potenz.

	a^n	+ / -	$ a ^n = \dots$	$a^n = \dots$
a)	$(-3)^3$	-	$ -3 ^3 = 3^3 = 27$	-27
b)	$(-1)^8$			
c)	$(-2)^7$			
d)	$(+\frac{2}{3})^3$			
e)	$(-0,2)^2$			

Übung 19



Gib jeweils den Wert der Potenz an.

a) $(-6)^3$		b) $(-2)^9$	
c) $(-\frac{4}{13})^2$		d) $(-0,7)^3$	
e) $(-2\frac{3}{4})^2$		(Tipp: $-2\frac{3}{4} = -\frac{11}{4}$)	
f) $(-1\frac{3}{7})^3$		g) 17^2	
h) 170^2		i) $1,7^2$	
j) $0,17^2$		k) $(-\frac{6}{11})^3$	

Übung 20



Stelle einen Term auf und berechne seinen Wert.

- Bilde die dritte Potenz aus $-\frac{1}{2}$ und multipliziere das Ergebnis mit der Summe aus $-3\frac{1}{3}$ und $-2\frac{1}{3}$.
- Addiere $-5,5$ und $-\frac{9}{2}$, teile das Ergebnis durch 5 und bilde die vierte Potenz.
- Um wie viel kleiner ist das Produkt aus $1\frac{2}{3}$ und $-3\frac{1}{2}$ als das Quadrat von 5,5?

Klassenarbeit 1

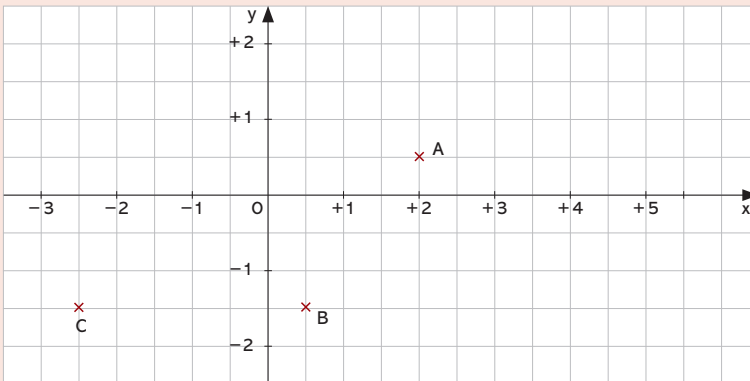


45 Minuten



Betrachte das unten stehende Koordinatensystem.

- Gib die Koordinaten der eingezeichneten Punkte in der Form $(x | y)$ an.
- Markiere in dem Koordinatensystem die Punkte $D(-1 | 1,5)$; $E(-1,5 | -0,5)$; $F(0 | -0,6)$.



Aufgabe 1



Erkläre mit eigenen Worten, was der Betrag einer rationalen Zahl ist. Was bedeutet somit $|-3,5|$?

2



Ordne die Zahlen in der Form $a < b$.

3

a) $-2,5$; -2

b) $-\frac{3}{7}$; $-\frac{1}{3}$



Berechne die Terme.

4

a) $-1,3 + 3,5 - 1,7$

b) $-\frac{1}{8} + \left(-\frac{2}{3}\right)$

c) $-9,7 - (-8,4 + 2,3)$

d) $-8 \cdot (+7)$

e) $-\frac{9}{7} \cdot \left(-\frac{63}{2}\right)$

f) $\frac{5}{9} : \left(-\frac{7}{18}\right)$



Berechne durch Ausmultiplizieren.

5

a) $-13 \cdot (30 - 1)$

b) $\left(5 + \frac{5}{6}\right) \cdot (-12)$

c) $\left(-33 + \frac{11}{13}\right) : (-11)$

Testen

1 Rationale Zahlen

6

****** Berechne möglichst geschickt, indem du einen der Faktoren als Summe oder als Differenz schreibst und das Distributivgesetz anwendest.

a) $-8 \cdot 29$

b) $2\frac{3}{4} \cdot (-8)$

c) $28\frac{7}{8} : (-7)$

******* Gib jeweils den Wert an.

a) $(-3)^3$

b) $(-\frac{2}{5})^4$

c) $(\frac{1}{3})^3$

Klassenarbeit 2



45 Minuten

8

***** Eine Fußballmannschaft hat ein Torverhältnis von 38:61, d.h., sie hat 38 Tore geschossen und 61 Gegentore zugelassen. Der Gegner hat ein Torverhältnis von 75:39. Die Tordifferenz beträgt also -23 bzw. $+36$. Berechne die Tordifferenzen.

a) 9:5

b) 13:7

c) 12:12

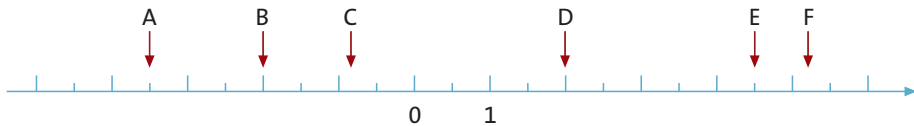
d) 23:27

e) 37:42

f) 32:102

Aufgabe 9

****** Welche Zahlen sind auf der Zahlengeraden gekennzeichnet? Gib die Gegenzahlen an und stelle sie ebenfalls auf der Zahlengeraden dar. (Tipp: Der Abstand zwischen zwei ganzen Zahlen beträgt in der Abbildung 1 cm.)



Aufgabe 10

****** Die Geraden, die durch jeweils zwei der Punkte $A(-10|-5,5)$, $B(-2|-5,5)$, $C(-2|1,5)$ und $D(-10|1,5)$ gehen, schließen eine Fläche ein.

a) Zeichne die Punkte in ein rechtwinkliges Koordinatensystem mit geeignetem Maßstab ein und färbe die Fläche.

b) Berechne Umfang U und Flächeninhalt A der Fläche, wenn 1 Einheit 1 Zentimeter entspricht.

11

****** Berechne die Potenzen.

a) $(-4)^3$

b) $(-2,34)^2$

c) $0,7^4$

d) $(-0,7)^4$

Erfolgreich am Gymnasium mit drei Lernbausteinen:

WISSEN

Hier findest du alle wichtigen Regeln mit passenden Beispielen zum Wiederholen und Schließen deiner Lernlücken.

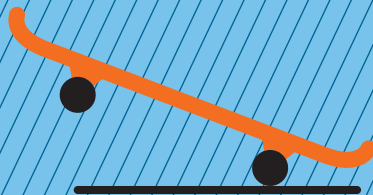
ÜBEN

Abwechslungsreiche Übungsaufgaben in drei Schwierigkeitsstufen helfen dir beim individuellen Trainieren.

TESTEN

In mehreren Klassenarbeiten zu jedem Thema kannst du deinen Wissensstand und Lernerfolg kontrollieren.

**Der komplette Lernstoff des Schuljahrs.
Berücksichtigt die aktuellen Bildungspläne der Bundesländer.**



ISBN 978-3-411-72435-2
15 € (D) · 15,50 € (A)



9 783411 724352

www.duden.de