

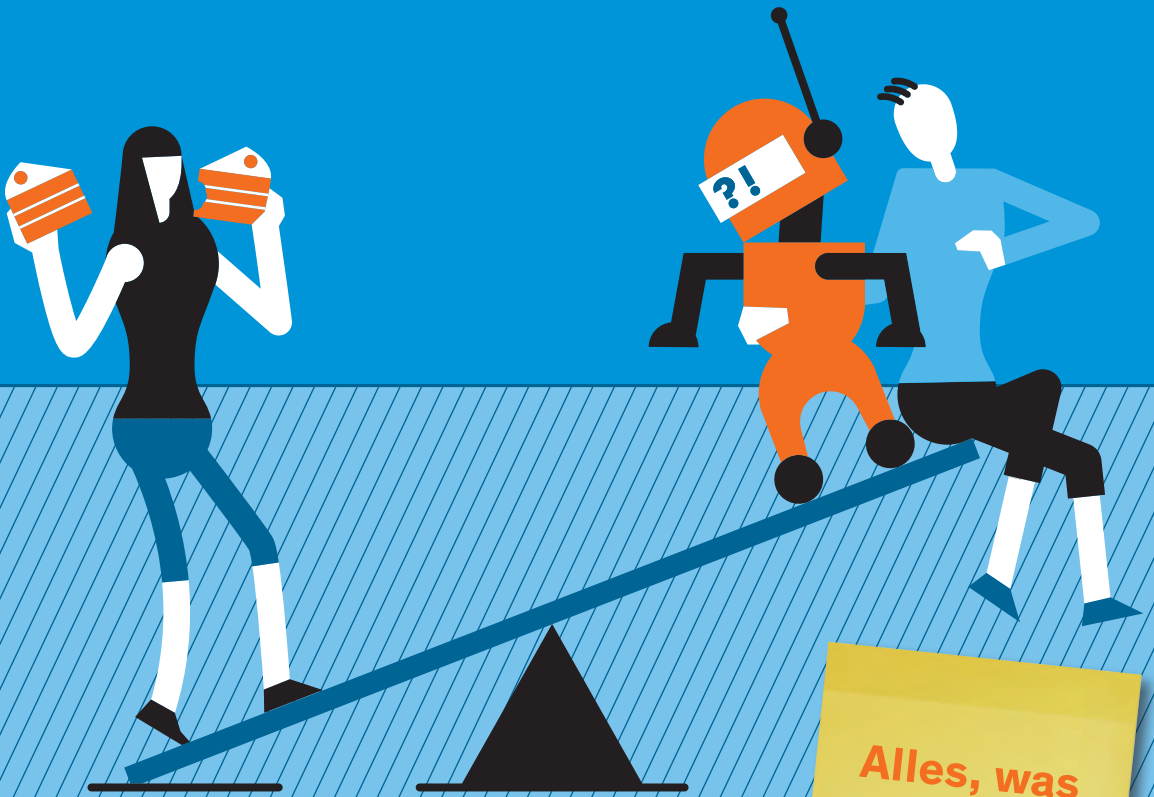
5. Klasse • Mathematik

DUDEN

WISSEN • ÜBEN • TESTEN

Mathematik

5. KLASSE



Alles, was
du wissen
musst

1

Zahldarstellungen

- 1.1 Natürliche Zahlen auf dem Zahlenstrahl ⇨ 5
- 1.2 Große Zahlen ⇨ 8
- 1.3 Runden und Überschlagen ⇨ 12
- 1.4 Zehnersystem, Zweiersystem und römische Zahlen ⇨ 16
Klassenarbeit 1-2 ⇨ 20

2

Daten und Kombinationen

- 2.1 Daten erfassen und darstellen ⇨ 25
- 2.2 Kombinationen ⇨ 27
Klassenarbeit ⇨ 29

3

Rechnen mit natürlichen Zahlen

- 3.1 Addieren und Subtrahieren ⇨ 30
- 3.2 Multiplizieren und Dividieren ⇨ 35
- 3.3 Terme und Gleichungen ⇨ 42
Klassenarbeit 1-3 ⇨ 48

4

Rechnen mit Größen

- 4.1 Rechnen mit Währungen ⇨ 53
- 4.2 Rechnen mit Gewichtsangaben ⇨ 56
- 4.3 Rechnen mit Zeitangaben ⇨ 60
Klassenarbeit 1-2 ⇨ 64

5

Geometrische Grundbegriffe

- 5.1 Abstände und Beziehungen zwischen Geraden ⇨ 68
- 5.2 Zeichnen im Koordinatensystem ⇨ 71
- 5.3 Schrägbilder und Netze ⇨ 75
- 5.4 Achsensymmetrie und Punktsymmetrie ⇨ 78
Klassenarbeit 1-3 ⇨ 81

Inhalt

6

Längen, Flächen, Rauminhalte

- 6.1 Längen-, Flächen- und Volumenmaße ⇨ 87
- 6.2 Umfang und Flächeninhalt von Rechtecken und zusammengesetzten Figuren ⇨ 93
- 6.3 Volumen und Oberflächeninhalt von Quadern und zusammengesetzten Körpern ⇨ 98
- Klassenarbeit 1-2 ⇨ 102

7

Ganze Zahlen

- 7.1 Darstellung auf der Zahlengeraden und im Koordinatensystem ⇨ 106
- 7.2 Addition und Subtraktion ganzer Zahlen ⇨ 109
- 7.3 Multiplikation und Division ganzer Zahlen ⇨ 113
- Klassenarbeit 1-3 ⇨ 118

8

Teilbarkeit der natürlichen Zahlen

- 8.1 Teiler und Teilbarkeitsregeln ⇨ 125
- 8.2 Primzahlen und Primfaktorzerlegung ⇨ 129
- 8.3 Gemeinsame Teiler und Vielfache ⇨ 133
- Klassenarbeit 1-2 ⇨ 137

9

Brüche

- 9.1 Bruchteile ⇨ 140
- 9.2 Brüche kürzen, erweitern und vergleichen ⇨ 145
- 9.3 Brüche addieren und subtrahieren ⇨ 149
- Klassenarbeit 1-3 ⇨ 152

Lösungen ⇨ 158

Stichwortfinder ⇨ 192

1 Zahldarstellungen

1.1 Natürliche Zahlen auf dem Zahlenstrahl

Wenn man bei 0 beginnt und immer um 1 weiter zählt, erhält man die natürlichen Zahlen 0, 1, 2, 3, ...

Man sagt: „Menge \mathbb{N} der **natürlichen Zahlen**“ oder kurz „ \mathbb{N} “.

Die natürlichen Zahlen können der Größe nach geordnet werden. Diese **Ordnung** veranschaulicht man mithilfe des Zahlenstrahls. Der **Zahlenstrahl** beginnt bei 0 und wird durch Markierungen in gleich lange Abstände eingeteilt.

Jede natürliche Zahl besitzt einen **Nachfolger** und jede natürliche Zahl (außer 0) besitzt einen **Vorgänger**. Der Nachfolger ist um 1 größer als die Zahl, der Vorgänger um 1 kleiner.

Von zwei Zahlen auf dem Zahlenstrahl ist immer die linke kleiner und die rechte größer.

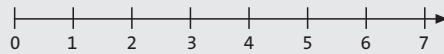
Um große Zahlen darzustellen, kann man auch einen Teil des Zahlenstrahls betrachten, der nicht bei 0 beginnt.

Um möglichst viele Zahlen darzustellen, kann man die Abstände kleiner zeichnen und z.B. nur für jede 10. Zahl eine Markierung setzen.

Mengenschreibweise:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Beachte: Manchmal wird die Zahl 0 nicht zu den natürlichen Zahlen gezählt.



Jede Markierung auf dem Zahlenstrahl stellt eine natürliche Zahl dar.

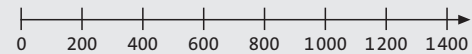


15 ist **größer als** 12.

Man schreibt $15 > 12$.

13 ist **kleiner als** 17.

Man schreibt $13 < 17$.



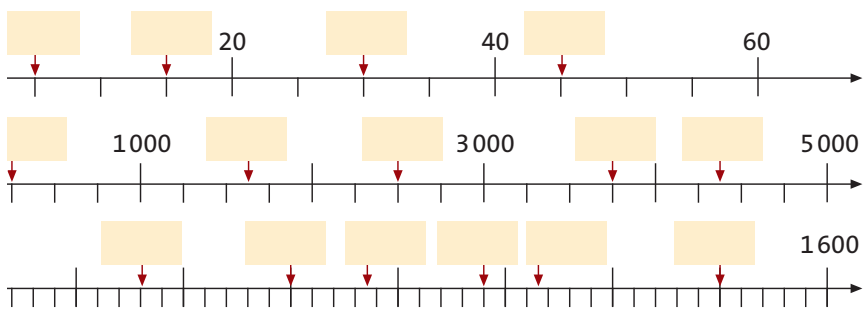
Die Abstände zwischen den Zahlen sind hier kürzer dargestellt (alle 200 Zahlen eine Markierung).

Üben

1 Zahldarstellungen

Übung 1

* Trage die fehlenden Zahlen ein.



Übung 2

* Kleiner, gleich oder größer? Setze <, = oder > ein.

- a) 365 356 b) 17 234 171 234 c) 8 799 8 900
 d) 45 : 9 23 - 17 e) 21 + 31 26 · 2 f) 108 : 4 4 · 7

Übung 3

* Ordne die Zahlen der Größe nach und verwende dazu das Zeichen < („kleiner als“).

a) 4 567; 3 972; 2 301; 2 211; 992; 5 600; 776

b) 288; 822; 828; 888; 228; 882; 282; 2 222

c) 45 101; 5 554; 54 010; 44 505; 55 404; 5 111; 4 545

Übung 4

* Bestimme Vorgänger und Nachfolger.

Vorgänger						
Zahl	83	560	999	4 001	12 399	223 341
Nachfolger						

1 Zahldarstellungen



Welche natürlichen Zahlen kannst du für x einsetzen, sodass eine richtige Aussage entsteht? Gib jeweils drei Möglichkeiten an. (Tipp: x dient hier als Platzhalter.)

a) $x > 12$

b) $x < 5$

c) $234 < x < 238$

d) $94 > x > 89$

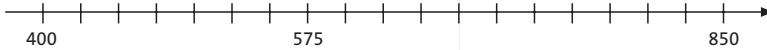
Wissen+

Ausschnitte des Zahlenstrahls wählen

- Willst du vorgegebene Zahlen auf dem Zahlenstrahl darstellen, musst du unter den gegebenen Zahlen die **größte** und die **kleinste** herausuchen.
- Überlege vorher, welche Schrittlängen du für die Darstellung der Zahlen brauchst.
- Wähle Ausschnitt und Verkleinerung des Zahlenstrahls also so, dass darauf die kleinste der Zahlen möglichst weit links erscheint und die größte der Zahlen möglichst weit rechts. **Beide Zahlen müssen unbedingt auf das Blatt passen.**

Beispiel: Willst du etwa die Zahlen 575, 850 und 400 einzeichnen, ist die größte Zahl 850, die kleinste 400. Ferner müssen 25er-Schritte darstellbar sein. Du rechnest $850 - 400 = 450$ und teilst $450 : 25 = 18$.

Es ergeben sich 18 Einteilungen. Wählst du für einen 25er-Schritt nun 0,5 cm, so erhältst du eine Gesamtlänge von 9 cm, die gut auf eine Heftseite passt.



Zeichne einen Ausschnitt des Zahlenstrahls mit folgenden Zahlen:

a) 9; 12; 4; 22; 15; 30



b) 120; 60; 25; 105; 85



c) 5 250; 6 500; 4 000; 5 625; 4 750



d) 540; 960; 320; 780; 200



1.2 Große Zahlen

Wir sind gewohnt, mit dem **Zehnersystem** (↗ Kap. 1.4) zu rechnen. Um auch große Zahlen einfach benennen zu können, werden immer 1 000 niedrigere Einheiten zu einer höheren Einheit mit einem neuen **Zahlwort** zusammengefasst.

Stellenwertsystem für große Zahlen

Große Zahlen lassen sich übersichtlich in einem **Stellenwertsystem** (↗ Kap. 1.4) erfassen.

Dabei steht **E** für die Einer, **Z** für die Zehner und **H** für die Hunderter des jeweiligen Zahlwortes.

Die Stellen werden von hinten nummeriert. Die 1. Stelle sind die Einer, die 2. Stelle die Zehner usw. Nicht benötigte Stellen werden mit Nullen aufgefüllt.

Nullen zu Beginn einer Zahl haben keine Bedeutung und werden weggelassen.

Große Zahlen kann man durch Zwischenräume in „Dreierpäckchen“ gliedern. Jeweils die Einer, Zehner und Hunderter eines Zahlwortes ergeben ein „Päckchen“. Dabei ist es wichtig, immer bei der letzten Ziffer (also ganz rechts) mit dem Abzählen zu beginnen.

Manchmal werden auch Punkte als Trennungszeichen verwendet.

Zehnerpotenzen

Zur einfacheren Lesbarkeit werden sehr große Zahlen auch oft als **Zehnerpotenzen** geschrieben. Dabei zählt man einfach die Anzahl der Nullen und schreibt sie als **Hochzahl** hinter die Zehn. (Lies „zehn hoch drei, zehn hoch sechs“ usw.)

1 Tausend = 1 000
1 Million = 1 000 000
1 Milliarde = 1 000 000 000
1 Billion = 1 000 000 000 000
1 Billiarde = 1 000 000 000 000 000

Billionen	Milliarden	Millionen	Tausend	
H Z E	H Z E	H Z E	H Z E	H Z E
5	9 8 0	0 0 2	1 0 6	4 4 3

Die hier dargestellte Zahl heißt:
fünf Billionen neunhundertachtzig
Milliarden zwei Millionen einhundertsechstausendvierhundertdreiundvierzig.

970 344
8 365 700
23 456 789 098 765
9 876 543 210 012

9.876.543.210.012

1 Tausend = 1 000 = 10^3
1 Million = 1 000 000 = 10^6
1 Milliarde = 1 000 000 000 = 10^9
1 Billion = 1 000 000 000 000 = 10^{12}
1 Billiarde = 1 000 000 000 000 000 = 10^{15}
5 Millionen = $5 \cdot 1\,000\,000 = 5 \cdot 10^6$

1 Zahldarstellungen

* Lies die folgenden Zahlen und schreibe ihre Zahlwörter in dein Übungsheft.

- a) 1 302 405 116 b) 99 762 000 225 c) 770 001 234 955
 d) 52 546 987 e) 5 001 000 336 000 f) 60 000 000 020 022

Übung 7

* Übertrage die Zahlen in das unten stehende Stellenwertsystem.

- a) achthundertsechsdreißig Milliarden neunhundertvierundachtzig Millionen fünftausendzweiundvierzig
 b) zwölf Billionen zweihundertdreißig Millionen hundertsechstausendsiebenzehn
 c) fünfzehn Milliarden neunhundertsechszehntausend
 d) vierhundertzweiundsiebzig Billionen eintausendzwei
 e) neunhundertsechzehn Millionen vierhundertsechszehntausend

Übung 8

	Billionen			Millarden			Millionen			Tausend					
	H	Z	E	H	Z	E	H	Z	E	H	Z	E	H	Z	E
a)															
b)															
c)															
d)															
e)															

** Schreibe die Zahlen als Zehnerpotenz.

- a) 100 b) 1 000 000
 c) 10 000 000 000 d) 100 000 000 000
 e) 100 000 000 000 000 f) 10 000 000 000 000 000

Übung 9

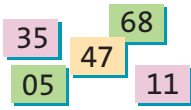
Üben

1 Zahldarstellungen

Übung 10



Legt man die Zahlenkarten in beliebiger Reihenfolge aneinander, so entsteht eine zehnstellige Zahl.



a) Schreibe fünf verschiedene von diesen Zahlen auf und sortiere sie der Größe nach.

b) Wie heißt die größte und wie die kleinste Zahl, die du legen kannst?

Übung 11



Vergleiche und setze $<$, $=$ oder $>$ ein.

- a) $123\,478\,999$ $123\,487\,991$ b) $100\,390\,226\,294$ $100\,390\,216\,976$
 c) 10^{12} $12\,000\,000\,000\,000$ d) $10\,000\,000$ 10^7
 e) $99\,560\,432$ 10^8 f) $3 \cdot 10^5$ $300\,017$

Übung 12



Bestimme Vorgänger und Nachfolger.

Vorgänger				
Zahl	5 999 999	10^7	23 001 999	11 001 100 1 100
Nachfolger				

Übung 13



Schreibe als Zahl und in Worten in dein Übungsheft.

- a) An der 8. Stelle steht eine 8, sonst besteht die Zahl nur aus Nullen.
 b) An der 11. Stelle steht eine 2, an der 12. eine 5, sonst besteht die Zahl nur aus Nullen.
 c) Eine 7-stellige Zahl, in der keine Ziffer außer der 3 vorkommt.
 d) Eine 12-stellige Zahl, die vorne sechsmal die Ziffer 4 und am Ende sechsmal die Ziffer 9 enthält.
 e) Die kleinstmögliche 8-stellige Zahl.
 f) Die größtmögliche 10-stellige Zahl.
 g) Die kleinstmögliche 9-stellige Zahl, die alle geraden Ziffern enthält. Die Zahl enthält keine ungeraden Ziffern und auch nicht die 0.
 h) Die größte ungerade 7-stellige Zahl.

1 Zahldarstellungen

Übung 14



Gib den Stellenwert der Ziffer 7 in den nachfolgenden Zahlen an.

- a) 1 273 452

- b) 754 001

- c) 4 568 007 123

- d) 8 007 002 003 001

- e) 987 654 321

- f) 3 446 589 917



Berechne in deinem Übungsheft.

- a) $7 \cdot 10^6$
- b) $5 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^5$ (Schreibe das Ergebnis auch als Zehnerpotenz!)
- c) $1000 \cdot 100 \cdot 10000$ (Schreibe das Ergebnis auch als Zehnerpotenz!)
- d) $10^3 \cdot 10^3$ (Schreibe das Ergebnis auch als Zehnerpotenz!)
- e) fünfhundert mal fünfhundert mal fünfhundert
- f) $100 \cdot 100000 : 10^6$

Übung 15



Berechne in deinem Übungsheft.

- a) Wie alt ist ein Mensch in Tagen, wenn er eine Million Sekunden alt ist?
- b) Wie hoch ist ein Stapel aus einer Milliarde Münzen, wenn jede 2 mm dick ist?

Übung 16

1.3 Runden und Überschlagen

Rundungsregeln

Beim Runden bestimmt man einen **Näherungswert** für eine Zahl. Dies ist in vielen Situationen sinnvoll, vor allem, wenn man eine Zahl gar nicht so genau kennt. Andere Zahlen sollte man dagegen nicht runden – Telefonnummern zum Beispiel!

Man überlegt sich zunächst die gewünschte **Rundungsstelle** und betrachtet dann die nachfolgende Ziffer (rechts davon). Sie bestimmt, ob auf- oder abgerundet wird.

- Erste Ziffer nach der Rundungsstelle ist 5, 6, 7, 8 oder 9, dann wird **aufgerundet**: Die Rundungsstelle wird um 1 erhöht, nachfolgende Ziffern werden zu Null.

- Erste Ziffer nach der Rundungsstelle ist 0, 1, 2, 3 oder 4, dann wird **abgerundet**: Die Rundungsstelle bleibt unverändert, nachfolgende Ziffern werden zu Null.

Zum Aufschreiben verwendet man das Zeichen \approx (lies „ist ungefähr“)

Sonderfall: Die Ziffer 9 an der Rundungsstelle soll auf 10 aufgerundet werden. An der Rundungsstelle schreibt man dann eine Null und der nächsthöhere Stellenwert (links davon) wird durch den Übertrag um 1 erhöht.

Steht hier wieder eine 9, muss der Vorgang nochmals wiederholt werden.

Überschlagsrechnung

Beim **Überschlagen** einer Rechnung rechnet man mit stark gerundeten Werten. So bekommt man eine Größenvorstellung vom Ergebnis.

Überschlagsrechnungen lassen sich meist „im Kopf“ durchführen.

Überschläge helfen, Fehler in Rechnungen zu finden.

Die Zahl 568 169 soll auf Zehntausender gerundet werden.

Tausend						Tausend		
H	Z	E	H	Z	E	H	Z	E
5	6	8		1	6	9		

Die Zehntausenderstelle (Rundungsstelle) ist eine 6, die nachfolgende Ziffer ist eine 8, demzufolge musst du die Zehntausenderstelle aufrunden. Du erhöhst sie auf 7, alle nachfolgenden Ziffern werden zu Null. Die höheren Stellenwerte (in diesem Fall nur die Hunderttausenderstelle 5) bleiben erhalten. Du erhältst durch das Runden auf Zehntausender $568\ 169 \approx 570\ 000$. Soll dieselbe Zahl auf Tausender gerundet werden, erhältst du:

$568\ 169 \approx 568\ 000$.

Runde 679 566 auf Tausender.

Die Tausenderstelle ist eine 9, die nachfolgende Ziffer ist eine 5. Die Tausender müssen daher aufgerundet werden. Man schreibt eine Null und erhält zudem einen Übertrag auf die nächsthöhere Stelle (7). Sie wird um 1 erhöht (auf 8). Die nachfolgenden Ziffern werden zu Null. Das Runden auf Tausender ergibt $679\ 566 \approx 680\ 000$.

Überschlage $976\ 534 \cdot 5\ 256$.

Runde den ersten Faktor auf 1 000 000 und den zweiten Faktor auf 5 000. Die Multiplikation liefert dann den Schätzwert $1\ 000\ 000 \cdot 5\ 000 = 5\ 000\ 000\ 000$. (exaktes Ergebnis: 5 132 662 704)

1 Zahldarstellungen

* Runde auf die angegebene Stelle.

Runde auf	Hunderter	Tausender	Zehntausender	Hunderttausender
345 788				
1 283 729				
19 053 706				
35 799 955				
299 000				

Übung 17

* Ist es sinnvoll, hier zu runden? Wenn ja, gib einen geeigneten Rundungswert an.

a) Zum Grand Prix kamen 27 549 Zuschauer an den Nürburgring.

b) Das Porto für die Wurfsendung beträgt 1 436€.

c) Der Flug nach Sydney dauerte genau 21 Stunden, 47 Minuten und 12 Sekunden.

d) Herr Ritter hat im letzten Jahr 57 992,52€ verdient.

e) Beim Marathon müssen die Läufer eine Strecke von 42,195 km zurücklegen.

f) Das Matterhorn ist 4 477,54 m hoch.

g) Mein neuer Regalboden muss 1,18 m breit sein.

Übung 18

Üben

1 Zahldarstellungen

*

Ergänze jeweils die fehlende Ziffer.

- a) 7 874 \approx 74 000 b) 8 973 \approx 83 000 c) 1 2683 \approx 130 000
d) 7 3482 \approx 763 000 e) 876 \approx 9 000 f) 479 \approx 2 000
g) 7 312 \approx 74 000 h) 5 119 \approx 55 000 i) 2 777 \approx 23 000

**

Überschlage das Ergebnis. Rechne in deinem Übungsheft.

- a) $6780 \cdot 3122$ b) $178641 : 10800$
c) $80204 : 109$ d) $978999 \cdot 977$
e) $7531 + 2067 - 5508$ f) $33245 - 12987 + 25196$
g) Leon bekommt von seiner Mutter 20€, um Knabberzeug für die Geburtstagsparty einzukaufen. Leon lädt Folgendes in seinen Einkaufswagen: sechs Tüten Chips zu 2,49€, fünf Tüten Salzstangen zu 89ct und zwei Tafeln Schokolade zu 1,09€. Reicht das Geld?

**

Die Tabelle zeigt die Einwohnerzahlen einiger Bundesländer.

Baden-Württemberg	10 717 000	Hessen	6 094 000
Bayern	12 692 000	Mecklenburg-Vorpommern	1 599 000
Berlin	3 470 000	Niedersachsen	7 827 000
Brandenburg	2 458 000	Nordrhein-Westfalen	17 638 000
Bremen	662 000	Sachsen	4 055 000

- a) Woran erkennt man, dass alle Einwohnerzahlen gerundet wurden? Auf welche Stelle wurde gerundet?
b) Warum ist es in diesem Fall wenig sinnvoll, exakte Werte zu veröffentlichen?
c) Überschlage die Gesamteinwohnerzahl der zehn Länder, indem du zunächst die einzelnen Einwohnerzahlen auf Millionen rundest.
d) Runde die Einwohnerzahlen auf Hunderttausender und ordne die Länder nach ihrer Einwohnerzahl.

1 Zahldarstellungen

Nenne die kleinste und die größte Zahl, die beim Runden ...

- a) auf Tausender 100 000 ergibt.

- b) auf Hunderter 6 800 ergibt.

- c) auf Zehntausender 7 560 000 ergibt.

- d) auf Zehner 950 ergibt.

Übung 22

Ein 7,29 m langer Lkw kann 24 860 kg Sand transportieren. Aus einer Sandgrube müssen 986 233 kg Sand zu einer Autobahnbaustelle transportiert werden. Der Weg dorthin dauert 17 Minuten. Für eine Tonne Sand muss der Auftraggeber 5,21 € bezahlen.

- a) Wie viele Lkw-Fahrten werden für den Abtransport ungefähr benötigt?
b) Überschlage, wie lang etwa eine Autoschlange wäre, wenn man alle benötigten Lkw hintereinander aufreihen könnte.
c) Wie lange würde es ungefähr dauern, den Sand abzutransportieren, wenn man nur einen Lkw zur Verfügung hätte?
d) Wie viel muss der Auftraggeber für den Sand etwa bezahlen?

Übung 23

Runde ...

- a) auf m: 1 m 53 cm.

- b) auf km: 2 km 80 m.

- c) auf g: 78 g 123 mg.

- d) auf kg: 61 kg 79 g.

- e) auf h: 7 h 43 min.

Übung 24

1.4 Zehnersystem, Zweiersystem und römische Zahlen

Zehnersystem

Zahlen werden normalerweise im **Zehnersystem (Dezimalsystem)** geschrieben.

Die zehn Ziffern von 0 bis 9 stehen zur Verfügung. Der Wert einer Ziffer innerhalb einer Zahl hängt von der Stelle ab, an der die Ziffer steht. Man spricht vom **Stellenwert**.

Bei 1 beginnend, erhält man die jeweils nächsthöhere Stufe im **Zehnersystem** immer durch Multiplikation mit 10.

Die Zahlen 1, 10, 100, 1000, 10000, 100000 usw. nennt man daher **Stufenzahlen**.

Zweiersystem

Computer verwenden zum Rechnen das **Zweiersystem (Dualsystem)**.

Hier stehen lediglich die **zwei Ziffern 0** und 1 zur Verfügung. Der **Wert** einer Ziffer innerhalb einer Zahl hängt wieder von der **Stelle** ab, an der sie steht. Man spricht auch hier vom **Stellenwert**.

Die **Stufenzahlen** im **Zweiersystem** sind 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256 usw., sie entstehen durch wiederholte Multiplikation mit 2.

Zur Unterscheidung schreibt man einen kleinen **Index** an die Zahl.

Umrechnungsmethode

Um eine Zahl vom Zehnersystem ins Zweiersystem zu übertragen, dividiert man sie mehrfach hintereinander durch 2 und notiert die verbleibenden Reste. Ordnet man diese Reste (von unten nach oben gelesen) von links nach rechts nebeneinander an, so erhält man die entsprechende Zahl im Zweiersystem.

In der Zahl 59000 hat die Ziffer 5 einen anderen Wert als in der Zahl 15.

Die Stellenwerttafel für die Zahl 568169 sieht folgendermaßen aus:

Tausend					
H	Z	E	H	Z	E
5	6	8	1	6	9

Ausgeschrieben bedeutet dies:

$$5 \cdot 100000 + 6 \cdot 10000 + 8 \cdot 1000 + 1 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 9 \cdot 1$$

Dabei steht E für die Einer, Z für die Zehner und H für die Hunderter (\nearrow Kap. 1.2).

Die Stellenwerttafel für die Zahl $(1001111)_2$ im Zweiersystem sieht folgendermaßen aus:

64er	32er	16er	8er	4er	2er	1er
1	0	0	1	1	1	1

Ausgeschrieben bedeutet dies:

$$1 \cdot 64 + 0 \cdot 32 + 0 \cdot 16 + 1 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1$$

Bei der Übertragung der Dualzahl ins Zehnersystem berechnet man diese Summe und erhält: $(1001111)_2 = (79)_{10}$

Index

$(37)_{10}$ wird in eine Dualzahl umgerechnet:

37	: 2 = 18	Rest 1	↑	
18	: 2 = 9	Rest 0		
9	: 2 = 4	Rest 1		Leserichtung
4	: 2 = 2	Rest 0		
2	: 2 = 1	Rest 0		
1	: 2 = 0	Rest 1		

$(37)_{10} = (100101)_2$

Üben

1 Zahldarstellungen

Übung 25



Rechnen im Zweiersystem.

a) Gib die ersten zehn Zahlen im Zweiersystem an.

b) Rechne die Zahlen ins Zehnersystem um und verdopple sie. Rechne die Ergebnisse wieder ins Zweiersystem um und vergleiche mit den Ausgangszahlen. Was fällt dir auf?



Übertrage die angegebenen Zahlen aus dem Zweiersystem ins Zehnersystem. Nimm dazu die Stellenwerttafel des Zweiersystems. Beachte, dass die letzte Ziffer unter der 1 stehen muss, die vorletzte unter der 2 usw.

Übung 26

Zahl im Zweiersystem	Stellenwerttafel des Zweiersystems								Umrechnung ins Zehnersystem
	128	64	32	16	8	4	2	1	
$(101)_2$						1	0	1	$1 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 4 = (5)_{10}$
$(1111)_2$									
$(11101)_2$									
$(100011)_2$									
$(101101)_2$									
$(1101010)_2$									
$(1000011)_2$									
$(11100111)_2$									
$(10100101)_2$									

Üben

1 Zahldarstellungen

**

Bestimme die benachbarten Zahlen im Zweiersystem.

Vorgänger					
Zahl	$(1011)_2$	$(110100)_2$	$(1000111)_2$	$(100111)_2$	$(101110)_2$
Nachfolger					

**

Übertrage vom Zehnersystem ins Zweiersystem.

a) $(12)_{10} = 8 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 1 \cdot 0$

= 1100_2

b) $(45)_{10} =$

= $_____2$

c) $(79)_{10} =$

= $_____2$

d) $(112)_{10} =$

= $_____2$

e) $(199)_{10} =$

= $_____2$

f) $(333)_{10} =$

= $_____2$

Wissen⁺

Römische Zahlzeichen

Römische Zahlen bilden, im Gegensatz zum Zehner- und zum Zweiersystem, kein Stellenwertsystem. Alle Ziffern haben unabhängig von ihrer Stelle einen festen Wert.

M	D	C	L	X	V	I
1 000	500	100	50	10	5	1

Nebeneinanderstehende Ziffern werden addiert, wenn zwei gleichwertige nebeneinanderstehen oder die kleinere Ziffer rechts von der größeren steht.

$$\begin{aligned} \text{XI} &= \text{X} + \text{I} = 11 \\ \text{XII} &= \text{X} + \text{I} + \text{I} = 12 \\ \text{CX} &= \text{C} + \text{X} = 110 \\ \text{CXX} &= \text{C} + \text{X} + \text{X} = 120 \end{aligned}$$

Steht allerdings eine kleinere Ziffer links von einer größeren, so wird die kleinere von der größeren subtrahiert.

$$\begin{aligned} \text{IX} &= \text{X} - \text{I} = 9 \\ \text{XC} &= \text{C} - \text{X} = 90 \\ \text{CM} &= \text{M} - \text{C} = 900 \end{aligned}$$

Statt vier gleicher Ziffern schreibt man die nächstgrößere Ziffer und setzt die kleinere Ziffer einmal davor.

$$\begin{aligned} \text{I} &= 1; \text{II} = 2; \text{III} = 3; \text{IV} = 4 \\ \text{X} &= 10; \text{XX} = 20; \text{XXX} = 30; \text{XL} = 40 \\ \text{C} &= 100; \text{CC} = 200; \text{CCC} = 300; \text{CD} = 400 \end{aligned}$$

Vor einer Ziffer stehen nur I, X, C, aber nicht V, L, D.

Vor einer Ziffer stehen nie zwei kleinere Ziffern.

Man schreibt nicht IIX, sondern VIII.

Es steht immer nur die nächstkleinere Ziffer vor einer anderen Ziffer.

$$99 = \text{XCIX} \text{ (und nicht: IC)}$$



Stelle die Zahlen als römische Zahlen dar.

- | | | |
|---------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|
| a) 45 = <input type="text"/> | b) 79 = <input type="text"/> | c) 119 = <input type="text"/> |
| d) 248 = <input type="text"/> | e) 971 = <input type="text"/> | f) 1 004 = <input type="text"/> |
| g) 3 456 = <input type="text"/> | h) 46 = <input type="text"/> | |

Übung 29



Übersetze die römischen Zahlen ins Dezimalsystem.

- | | | |
|----------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------|
| a) XXV = <input type="text"/> | b) XIV = <input type="text"/> | c) XXXIX = <input type="text"/> |
| d) XLVIII = <input type="text"/> | e) XLIX = <input type="text"/> | f) XCIX = <input type="text"/> |
| g) MCMLX = <input type="text"/> | h) MMCMXLIII = <input type="text"/> | |

Übung 30

Testen

1 Zahldarstellungen

Klassenarbeit 1

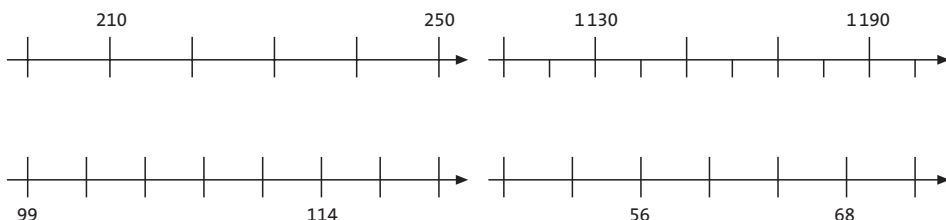


45 Minuten

Aufgabe 1



Ergänze die fehlenden Zahlenwerte an den vier Ausschnitten des Zahlenstrahls.



Aufgabe 2



Vervollständige die Tabelle durch Umrechnung der Zahlen.

Zehnersystem	Zweiersystem	Römische Zahlzeichen
698		
	$(110011)_2$	
		DXIV
	$(111010)_2$	
1347		
		CDXLVII

1 Zahldarstellungen



Löse die folgende Aufgabe in mehreren Schritten.

- Schreibe die im Text vorkommenden Zahlwörter in Ziffern.
- Überschlage die Umsatzsteigerung durch Runden auf Milliarden.
- Schreibe den Text so um, wie er wirklich in der Zeitung stehen könnte, also mit sinnvoll gerundeten Zahlen.

Eine Zeitung meldet: „... So konnte der Autokonzern in diesem Jahr dreiundvierzig Millionen einhundertfünfundsechzigtausenddreundsiebzig Fahrzeuge verkaufen. Von diesen gingen einunddreißig Millionen siebenhundertdreitausend in den Export. Damit stieg der Umsatz von zweiundsiebzig Milliarden vierhundertfünf Millionen Euro im letzten Jahr auf jetzt achtundneunzig Milliarden neunhundertdreißig Millionen Euro. Dies ergibt einen Gewinn von fünfhundertdreundzwanzig Millionen fünfzigtausend Euro.“

Aufgabe 3



Auf welche Stelle wurde gerundet?

Wo gibt es mehrere Antworten?

Welche Zahlen wurden *falsch gerundet*?

Korrigiere die aufgetretenen Fehler!

a) $497\,344 \approx 497\,000$

b) $130\,267\,543 \approx 130\,000\,000$

c) $59\,853 \approx 59\,800$

d) $648\,200\,534 \approx 648\,000\,000$

e) $756\,484 \approx 756\,490$

f) $229\,995 \approx 230\,000$

Aufgabe 4

Testen

1 Zahldarstellungen

Klassenarbeit 2



60 Minuten

5



Wandle die folgenden Zahlen aus dem Zweiersystem in das Zehnersystem um.

a) $(101)_2$

b) $(11011)_2$

c) $(100111001)_2$

Aufgabe 6



Wie heißen der Vorgänger und der Nachfolger der beiden Zahlen?
Trage sie in die Tabelle ein.

Vorgänger		
Zahl	6 665 999	10 901 000
Nachfolger		

Aufgabe 7



Schreibe in Ziffern.

a) dreißig Millionen dreitausenddreihundert

b) vierhundertdreißig Milliarden dreihundert Millionen siebenhundertsechsfünzigtausendsechshundertachtundvierzig

Aufgabe 8



Wie werden die folgenden Zahlen im Zweiersystem dargestellt?

a) 7

b) 11

c) 312

1 Zahldarstellungen



Obelix hat viele Hinkelsteine hergestellt und möchte sie an die Römer verkaufen. Hinkelstein Nummer 1 kostet 122 Sesterzen. Vervollständige für Obelix die Katalogseiten für die Römer.

Stein	Preis	Stein	Preis
1	122		CXXII
9	153		
12	510		
		LXXIII	MXIX
		CV	DCXXVI

Aufgabe 9



Familie Müller macht eine Rundreise. Am ersten Tag fahren sie 377 km, am zweiten 222 km, am dritten 179 km, am vierten 192 km und am fünften 217 km. Paul möchte wissen, ob sie insgesamt über 1000 km gefahren sind. Auf welche Stelle muss man runden, um mit einer Überschlagrechnung diese Frage zu beantworten? Wie lautet die Antwort?

Frau Müller überschlägt eine Woche vor der Abfahrt die Benzinkosten für die Reise. An diesem Tag kostet ein Liter Benzin 1,681 € pro Liter. Das Auto der Müllers braucht etwa 7 Liter Benzin auf 100 km. Mit welchen gerundeten Zahlen sollte Frau Müller rechnen? Mit wie viel Geld muss sie in etwa für das Benzin rechnen?

Aufgabe 10



Vergleiche, indem du die rechte und linke Seite zuerst berechnest bzw. ins Zehnersystem umwandelst. Setze anschließend für „größer“, „kleiner“ oder „gleich“ das richtige Zeichen ein.

- a) $72 + 33 + 28$ $257 - 124$ b) MMCXXXV MMCDXCIV
 c) $(10101)_2$ $(10110)_2$

Aufgabe 11



Finde jeweils den Vorgänger und den Nachfolger.

Vorgänger			
Zahl	$(1)_2$	$(100)_2$	$(1111)_2$
Nachfolger			

Aufgabe 12

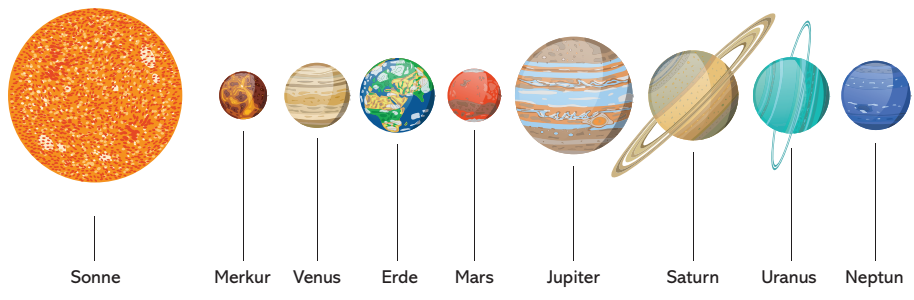
Testen

1 Zahldarstellungen

Aufgabe 13



Unser Sonnensystem besteht aus der Sonne und acht Planeten.



a) Nach welchem Kriterium sind die Planeten in der folgenden Tabelle geordnet?

Planet	Durchmesser in km
Merkur	4 876
Venus	12 103
Erde	12 756
Mars	6 800
Jupiter	142 800
Saturn	120 660
Uranus	51 118
Neptun	49 528

b) Runde alle Durchmesser auf Tausender. Schreibe in die Tabelle und ordne die Planeten nach ihrem gerundeten Durchmesser.

≈ Durchmesser

Planet

1 Zahldarstellungen

ÜBUNG 1 S. 6

- Zahlenstrahl:** von links nach rechts:
5, 15, 30, 45
- Zahlenstrahl:** große Teilstriche: 1 000er Schritte; kleine Teilstriche: 250er Schritte von links nach rechts: 250, 1 625, 2 500, 3 750, 4 375
- Zahlenstrahl:** große Teilstriche: 200er Schritte, kleine Teilstriche: 40er Schritte von links nach rechts: 320, 600, 740, 960, 1 060, 1 400

ÜBUNG 2 S. 6

- $365 > 356$
- $17\,234 < 171\,234$
- $8\,799 < 8\,900$
- $45 : 9 < 23 - 17$, da $5 < 6$
- $21 + 31 = 26 \cdot 2$, da $52 = 5 \cdot 2$
- $108 : 4 < 4 \cdot 7$, da $27 < 28$

ÜBUNG 3 S. 6

- $776 < 992 < 2\,211 < 2\,301 < 3\,972 < 4\,567 < 5\,600$
- $228 < 282 < 288 < 822 < 828 < 882 < 888 < 2\,222$
- $4\,545 < 5\,111 < 5\,554 < 44\,505 < 45\,101 < 54\,010 < 55\,404$

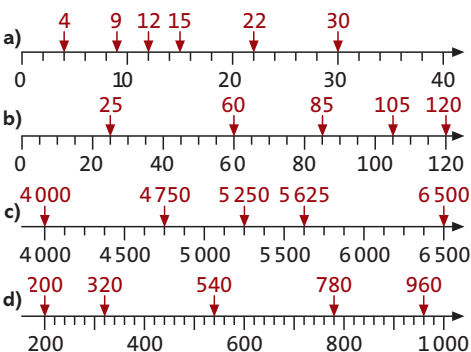
ÜBUNG 4 S. 6

V	82	559	998	4000	12 398	223 340
Z	83	560	999	4001	12 399	223 341
N	84	561	1000	4002	12 400	223 342

ÜBUNG 5 S. 7

- $x > 12$; möglich: 13, 14, 15, 16, 17, ...
- $x < 5$; möglich: 0, 1, 2, 3, 4
- $234 < x < 238$; möglich: 235, 236, 237
- $94 > x > 89$; möglich: 90, 91, 92, 93

ÜBUNG 6 S. 7



ÜBUNG 7 S. 9

- 1 302 405 116 = eine Milliarde dreihundertzwei Millionen vierhundertfünftausendeinundtsechszehn
- 99 762 000 225 = neunundneunzig Milliarden siebenhundertzweihundsechzig Millionen zweihundertfünfundzwanzig
- 770 001 234 955 = siebenhundertsiebzehn Milliarden eine Million zweihundertvierunddreißigtausendneunhundertfünfundfünfzig
- 52 546 987 = zweiundfünfzig Millionen fünfhundertsechsvierzigtausendneunhundertsiebenundachtzig
- 5 001 000 336 000 = fünf Billionen eine Milliarde dreihundertsechsdreißigtausend
- 60 000 000 020 022 = sechzig Billionen zwanzigtausendzweiundzwanzig

ÜBUNG 8 S. 9

	Bio.			Mrd.			Mio.			Tausend					
	H	Z	E	H	Z	E	H	Z	E	H	Z	E			
a)				8	3	6	9	8	4	0	0	5	0	4	2
b)		1	2	0	0	0	2	5	3	1	0	6	0	1	7
c)					1	5	0	0	0	9	6	6	0	1	1
d)	4	7	2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	2	
e)							9	1	6	4	7	0	3	0	4

ÜBUNG 9 S. 9

- 10^2 ; b) 10^6 ; c) 10^{10} ; d) 10^{11} ; e) 10^{14} ; f) 10^{16}

ÜBUNG 10 S. 10

- z.B. $1\,135\,476\,805 < 3\,505\,114\,768 < 3\,511\,054\,768 < 3\,547\,681\,105 < 3\,568\,110\,547$
- größtmögliche Zahl: 6 847 351 105; kleinstmögliche Zahl: 0 511 354 768

ÜBUNG 11 S. 10

- $123\,478\,999 < 123\,487\,991$
- $100\,390\,226\,294 > 100\,390\,216\,976$
- $10^{12} < 12\,000\,000\,000\,000$
- $10\,000\,000 = 10^7$
- $99\,560\,432 < 10^8$
- $3 \cdot 10^5 < 300\,017$

ÜBUNG 12 S. 10

(siehe nächste Seite oben)

ÜBUNG 13 S. 10

- 80 000 000 = achtzig Millionen
- 520 000 000 000 = fünfhundertzweihundert Milliarden
- 3 333 333 = drei Millionen dreihundertdreißigtausenddreihundertdreißig
- 444 444 999 999 = vierhundertvierundvierzig Milliarden vierhundertvierundvierzig Millionen neunhundertneunundneunzigtausendneunhundertneunundneunzig

ÜBUNG 12

Vorgänger	5 999 998	9 999 999	23 001 998	1 100 110 010 99
Zahl	5 999 999	10^7	23 001 999	1 100 110 011 00
Nachfolger	6 000 000	10 000 001	23 002 000	1 100 110 011 01

- e) $10\,000\,000 = 10$ Millionen
 f) $9\,999\,999\,999 =$ neun Milliarden neunhundertneun- undneunzig Millionen neunhundertneunundneunzigtau- sendneunhundertneunundneunzig
 g) $222\,222\,468 =$ zweihundertzweiundzwanzig Millionen zweihundertzweiundzwanzigtausendvierhundertachtund- sechzig
 h) $9\,999\,999 =$ neun Millionen neunhundertneunund- neunzigtausendneunhundertneunundneunzig

ÜBUNG 14 S. 11

- a) Zehntausender; b) Hunderttausender;
 c) Tausender; d) Milliarden; e) Millionen; f) Einer

ÜBUNG 15 S. 11

- a) $7 \cdot 10^6 = 7\,000\,000$
 b) $5 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^5 = 500\,000 + 300\,000 = 800\,000 = 8 \cdot 10^5$
 c) $1\,000 \cdot 100 \cdot 10\,000 = 1\,000\,000\,000 = 10^9$
 d) $10^3 \cdot 10^3 = 1\,000 \cdot 1\,000 = 1\,000\,000 = 10^6$
 e) $500 \cdot 500 \cdot 500 = 125\,000\,000 = 125 \cdot 10^6$
 f) $100 \cdot 100\,000 : 10^6 = 10\,000\,000 : 100\,000 = 10$

ÜBUNG 16 S. 11

- a) 1 Tag = $(24 \cdot 60 \cdot 60)$ Sekunden = 86 400 Sekunden
 $1\,000\,000 : 86\,400 = 11 + 49\,600 : 86\,400$
 = 11 Tage + 49 600 Sekunden
 $49\,600 : 3\,600 = 13 + 2\,800 : 3\,600$
 = 13 Stunden + 2 800 Sekunden
 $2\,800 : 60 = 46 + 40 : 60 = 46$ Minuten + 40 Sekunden
 Eine Million Sekunden sind also nach etwa $11\frac{1}{2}$ Tagen oder ganz genau nach 11 Tagen, 13 Stunden, 46 Minuten und 40 Sekunden vergangen.
 b) $2\,000\,000\,000 \text{ mm} = 2\,000\,000 \text{ m} = 2\,000 \text{ km}$

ÜBUNG 17 S. 13

Runde auf	Hunderter	Tausender	Zehntausender	Hunderttausender
345 788	345 800	346 000	350 000	300 000
1 283 729	1 283 700	1 284 000	1 280 000	1 300 000
19 053 706	19 053 700	19 054 000	19 050 000	19 100 000
35 799 955	35 800 000	35 800 000	35 800 000	35 800 000
299 000	299 000	299 000	300 000	300 000

ÜBUNG 18 S. 13

- a) Zum Grand Prix kamen etwa 28 000 (oder 30 000) Zuschauer an den Nürburgring.
 b) Das Porto für die Wurfsendung beträgt 1 436 Euro (exakter Wert!).
 c) Der Flug nach Sydney dauerte rund 22 Stunden.
 d) Herr Ritter hat im letzten Jahr fast 58 000 Euro verdient.
 e) Beim Marathon müssen die Läufer eine Strecke von 42,195 km zurücklegen (exakter Wert!).
 f) Das Matterhorn ist fast 4 500 m hoch.
 g) Mein neuer Regalboden muss 1,18 m breit sein (exakter Wert!).

ÜBUNG 19 S. 14

- a) $73\,874 \approx 74\,000$; b) $82\,973 \approx 83\,000$;
 c) $132\,683 \approx 130\,000$; d) $763\,482 \approx 763\,000$;
 e) $8876 \approx 9\,000$; f) $2\,479 \approx 2\,000$;
 g) $74\,312 \approx 74\,000$; h) $55\,119 \approx 55\,000$;
 i) $22\,777 \approx 23\,000$

ÜBUNG 20 S. 14

- a) $6\,780 \cdot 3\,122 \approx 7\,000 \cdot 3\,000 = 21\,000\,000$
 b) $178\,641 : 10\,800 \approx 180\,000 : 11\,000 \approx 16$
 c) $80\,204 : 109 \approx 80\,000 : 100 = 800$
 d) $978\,999 \cdot 977 \approx 1\,000\,000 \cdot 1\,000 = 1\,000\,000\,000$
 e) $7\,531 + 2\,067 - 5\,508 \approx 7\,500 + 2\,000 - 5\,500 = 4\,000$
 f) $33\,245 - 12\,987 + 25\,196 \approx 33\,000 - 13\,000 + 25\,000 = 45\,000$
 g) Überschlagen ergibt dies:
 $6 \cdot 2,50\text{€} + 5 \cdot 1\text{€} + 2 \cdot 1\text{€} = 15\text{€} + 5\text{€} + 2\text{€} = 22\text{€}$.
 Das Geld reicht also nicht!

Stichwortfinder

- A** Abstand 68
achsensymmetrisch 78
Achsen Spiegelung 79
Addition 30, 60, 109, 149
Assoziativgesetz 30, 35, 109, 113
Ausklammern 42, 116
Ausmultiplizieren 42, 116
- B** Balkendiagramm 25
Basis 36
Baumdiagramm 27
Betrag 106
Brüche addieren 149
Brüche subtrahieren 149
Bruchschreibweise 61
Bruchteil 111
- D** Daten 25, 27
deckungsgleich 78
Dezimalsystem 16
Diagramme 25
Differenz 30
Distributivgesetz 35, 42, 113
Dividend 35
Division 35, 39f., 53, 58, 113
Divisor 35
drehsymmetrisch 78
Dualsystem 16
- E** echter Bruch 144
Erweitern 145
Exponent 36
- F** Faktor 35
Fläche 87, 93
- G** ganze Zahlen 106, 109, 113
Gegenteiler 126
Gegenzahl 106
Gerade 68, 71
Gewicht 56, 58
ggT 133ff., 147
gleichnamig 145, 149
Gleichung 43
Grundmenge 43
- H** Hauptnenner 149
Hochzahl 8, 36
- K** kgV 133f.
Kombinationen 27
Kommaschreibweise 53, 56, 61, 88
Kommaverschiebung 56, 88
Kommutativgesetz 30, 35, 109, 113
Komplementärteiler 126
Koordinaten 71
Koordinatensystem 71, 106
Koordinatenursprung 71
Körper 75
Kürzen 145, 147
- L** Länge 87
Lösungsmenge 43
Lot 68
- M** Minuend 30
Multiplikation 35, 53, 58, 113
- N** Nachfolger 5
Näherungswert 12
natürliche Zahlen 5
negative Zahlen 106
Nenner 140
Netz 75
Nullpunkt 71
- O** Oberfläche 98
orthogonal 68
- P** parallel 68, 70
positive Zahlen 106
Potenz 8, 36, 42, 129
Primfaktorzerlegung 129
Primteiler 129
Primzahl 129
Produkt 35, 113
Punktrechnung 42
punktsymmetrisch 78
Punktspiegelung 80
- Q** Quader 98
Quadrant 106
Quersumme 125
Quotient 35
- R** Rauminhalt → Volumen
Rechenvorteile 30
Rechteck 93
römische Zahlen 19
Runden 12
Rundungsstelle 12
- S** Säulendiagramm 25
Schrägbild 75
schriftlich addieren 32, 53, 56
schriftlich dividieren 40
schriftlich multiplizieren 37f.
schriftlich subtrahieren 33, 53, 56
senkrecht 68
Spiegelachse 78
spiegelsymmetrisch 78
Spiegelzentrum 78, 80
Stellenwert 18
Stellenwertsystem 8
Stellenwerttafel 18
Strichrechnung 42
Subtrahend 30
Subtraktion 30, 53, 56, 109, 149
Summand 30
Summe 30
Symmetrieachse 78
Symmetriezentrum 78
- T** Teilbarkeitsregeln 125, 127
Teiler 125, 133
teilerfremd 134, 147
Teilmenge 125f., 133
Term 42
- U** Überschlagen 12
Übertrag 32f.
Umfang 93
Umkehrung 43ff.
Unbekannte 43
unechter Bruch 144
ungleichnamig 145, 149
Ursprung 71
- V** Variable 43
Vergleichen von Brüchen 145
Vertauschungsgesetz
→ Kommutativgesetz
Vielfachenmenge 133
Volumen 87, 98
Vorgänger 5
Vorzeichen 106, 109f., 113
- W** Würfel 98
- Z** Zahlengerade 106
Zahlenstrahl 5, 7, 106
Zähler 140
Zehnerpotenz 8, 36, 39
Zehnersystem 8, 16
Zeit 60
Zweiersystem 16

Erfolgreich am Gymnasium mit drei Lernbausteinen:

WISSEN

Hier findest du alle wichtigen Regeln mit passenden Beispielen zum Wiederholen und Schließen deiner Lernlücken.

ÜBEN

Abwechslungsreiche Übungsaufgaben in drei Schwierigkeitsstufen helfen dir beim individuellen Trainieren.

TESTEN

In mehreren Klassenarbeiten zu jedem Thema kannst du deinen Wissensstand und Lernerfolg kontrollieren.

**Der komplette Lernstoff des Schuljahrs.
Berücksichtigt die aktuellen Bildungspläne der Bundesländer.**



ISBN 978-3-411-72175-7
15 € (D) · 15,50 € (A)



9 783411 721757

www.duden.de