

Realschule

Besser in

Mathematik

6. Klasse

Mit Lösungsheft

Cornelsen

SCRIPTOR

Maike Finnern
Barbara Weber

Besser in

Mathematik

6. Klasse

Realschule

Cornelsen

SCRIPTOR

Vorwort	5
1 Teilbarkeit	6
1.1 Teilbarkeit	6
1.2 Primfaktorzerlegung	9
1.3 Größter gemeinsamer Teiler: ggT	12
1.4 Kleinstes gemeinsames Vielfaches: kgV	14
Test	17
2 Brüche und Rechnen mit Brüchen	18
2.1 Bruchteile darstellen und erkennen	18
2.2 Brüche erweitern und kürzen	19
2.3 Verschiedene Schreibweisen von Brüchen	22
2.4 Brüche am Zahlenstrahl	23
2.5 Größenvergleich von Brüchen	25
2.6 Brüche als Bruchteile von Größen	27
2.7 Anteil – Bruchteil – Ganzes	29
2.8 Addieren und Subtrahieren von Brüchen	31
2.9 Gemischte Zahlen addieren und subtrahieren	33
2.10 Multiplizieren und Dividieren von Brüchen mit einer natürlichen Zahl	36
2.11 Multiplizieren von Brüchen mit Bruchzahlen	38
2.12 Dividieren von Brüchen durch eine Bruchzahl	40
2.13 Rechengesetze und Berechnung einfacher Terme	43
2.14 Sachaufgaben zur Bruchrechnung	46
Test	48
3 Dezimalzahlen	50
3.1 Dezimalzahlen – Zehnerbrüche	50
3.2 Ordnen, Vergleichen und Runden von Dezimalzahlen	52
3.3 Addieren und Subtrahieren von Dezimalzahlen	55
3.4 Multiplizieren von Dezimalzahlen	58
3.5 Dividieren von Dezimalzahlen	60
3.6 Abbrechende und periodische Dezimalzahlen	62

Inhaltsverzeichnis

3.7	Berechnung von Termen	64
3.8	Sachaufgaben zum Rechnen mit Dezimalzahlen	67
Test		69
4	Rationale Zahlen	71
4.1	Zahlenstrahl und Zahlengerade	71
4.2	Betrag rationaler Zahlen	73
4.3	Addieren rationaler Zahlen	76
4.4	Subtrahieren rationaler Zahlen	79
Test		81
5	Kreise – Winkel – Symmetrien	83
5.1	Kreise	83
5.2	Winkel	84
5.3	Winkelarten	85
5.4	Messen von Winkeln	87
5.5	Zeichnen von Winkeln	88
5.6	Symmetrien und Abbildungen – Vorbemerkung	89
5.7	Achsen Spiegelung und Achsensymmetrie	90
5.8	Punkt Spiegelung und Punktsymmetrie	93
5.9	Drehung und Drehsymmetrie	96
Test		99
6	Wahrscheinlichkeitsrechnung	100
6.1	Mittelwert	100
6.2	Zentralwert	101
6.3	Zufallsversuche und Anteile	102
6.4	Zufallsversuche und relative Häufigkeiten	105
Test		108
	Stichwortverzeichnis	110
	Verzeichnis der Zeichen und Abkürzungen	112

2

Brüche und Rechnen mit Brüchen

2.1 Bruchteile darstellen und erkennen

WAS DU SCHON KÖNNEN MUSST

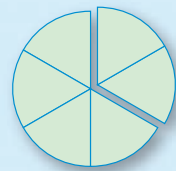
- ▷ Wissen, dass die Menge der natürlichen Zahlen einschließlich der Null $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ ist
- ▷ Die Grundrechenarten mit Zahlen aus der Menge \mathbb{N}_0 beherrschen

DAS MUSST DU WISSEN

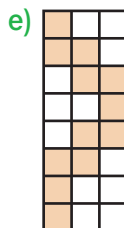
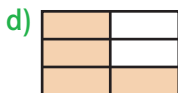
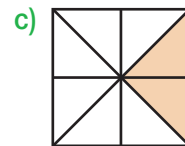
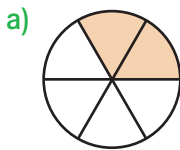
Bruchteile eines Ganzen ...

... erhältst du, indem du das Ganze in so viele **gleich große Teile** zerlegst, wie der **Nenner** (Zahl unter dem Bruchstrich) angibt. Dann nimmst du so viele dieser Teile, wie der **Zähler** (Zahl über dem Bruchstrich) angibt.

Beispiel: $\frac{2}{6}$ **Zähler** (zählt die Bruchteile)
 — **Bruchstrich**
 6 **Nenner** (benennt die Bruchteile)



1 Welcher Bruchteil ist dargestellt? Welcher Bruchteil ist nicht gefärbt?



- 2 Zeichne ein Rechteck (6 Karos lang, 4 Karos breit) und stelle den folgenden Bruch dar.

a) $\frac{1}{4}$

b) $\frac{2}{3}$

c) $\frac{5}{6}$

d) $\frac{1}{2}$

e) $\frac{6}{12}$

2.2 Brüche erweitern und kürzen

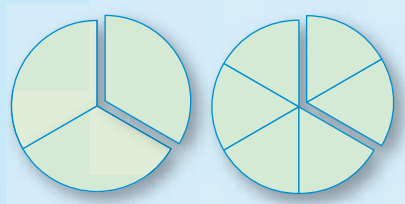
WAS DU SCHON KÖNNEN MUSST

- ▷ Wissen, dass ein Bruch ein Ausdruck der Form $\frac{a}{b}$ ist, wobei a und b natürliche Zahlen sind (Achtung: b darf nicht 0 sein!)
- ▷ Wissen, dass die Zahl a über dem Bruchstrich „Zähler“ heißt, die Zahl b unter dem Bruchstrich „Nenner“ heißt
- ▷ Wissen, dass die Zahl b (der Nenner) angibt, dass eine bestimmte Größe (z. B. Länge) in b gleich große Teile zerlegt wird
- ▷ Wissen, dass die Zahl a (der Zähler) die Anzahl dieser Teile angibt
- ▷ Mit Teilern und Vielfachen arbeiten

DAS MUSST DU WISSEN

Brüche mit gleichem Wert

Brüche mit gleichem Wert können verschieden dargestellt werden: Man hat genauso viel, ob man eine Pizza in 3 gleich große Stücke teilt und 1 Stück ($\frac{1}{3}$ Pizza) nimmt, wie wenn man die gleiche Pizza in 6 Stücke teilt und 2 Stücke ($\frac{2}{6}$) nimmt. Erweitern und Kürzen sind Operationen, die den Wert eines Bruches nicht ändern. Die beiden Brüche $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ stehen für dieselbe (Bruch-)Zahl.



Außerdem siehst du an der Pizza, dass es sowohl bei der Einteilung in $\frac{3}{3}$ als auch bei der Einteilung in $\frac{6}{6}$ „eine ganze Pizza“ bleibt. Es gilt also $\frac{3}{3} = \frac{6}{6} = 1$. Sind Zähler und Nenner gleich, so ist der Bruch immer 1.

DAS MUSST DU WISSEN

Einen Bruch erweitern oder kürzen

Multipliziert man Zähler und Nenner eines Bruches mit derselben Zahl, so hat man den Bruch **erweitert**. Der Wert bleibt dabei unverändert.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c} \quad \text{Beispiel: } \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{6}{8} = \frac{12}{16} = \dots$$

Beim Erweitern können unendlich viele neue Brüche gefunden werden, die denselben Wert besitzen.

Dividiert man Zähler und Nenner eines Bruches durch dieselbe Zahl, so hat man den Bruch **gekürzt**. Der Wert bleibt dabei unverändert.

$$\frac{a}{b} = \frac{a : c}{b : c} \quad \text{Beispiel: } \frac{9}{90} = \frac{9 : 3}{90 : 3} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

Sind Zähler und Nenner „teilerfremd“, kann man nicht weiterkürzen.

1 Bestimme jeweils die Erweiterungszahl.

$$\text{a) } \frac{3}{8} = \frac{3 \cdot \square}{8 \cdot \square} = \frac{15}{40}$$

$$\text{b) } \frac{17}{108} = \frac{17 \cdot \square}{108 \cdot \square} = \frac{170}{1080}$$

$$\text{c) } \frac{49}{120} = \frac{49 \cdot \square}{120 \cdot \square} = \frac{441}{1080}$$

2 Bestimme die Zahl, mit der gekürzt wurde.

$$\text{a) } \frac{48}{52} = \frac{48 : \square}{52 : \square} = \frac{12}{13}$$

$$\text{b) } \frac{66}{81} = \frac{66 : \square}{81 : \square} = \frac{22}{27}$$

$$\text{c) } \frac{54}{96} = \frac{54 : \square}{96 : \square} = \frac{9}{16}$$

3 Erweitere mit dem angegebenen Erweiterungsfaktor.

$$\text{a) } \frac{1}{15} \text{ mit } 6$$

$$\text{b) } \frac{3}{4} \text{ mit } 25$$

$$\text{c) } \frac{4}{4} \text{ mit } 50$$

4 Kürze mit der angegebenen Zahl.

$$\text{a) } \frac{8}{12} \text{ mit } 4$$

$$\text{b) } \frac{60}{80} \text{ mit } 20$$

$$\text{c) } \frac{88}{121} \text{ mit } 11$$

- 5** Kürze schrittweise so weit wie möglich, dabei schreibst du die Zahl, mit der du kürzt, unter das Gleichheitszeichen.

Beispiel: $\frac{36}{40} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$

$$\frac{32}{40}, \frac{39}{65}, \frac{37}{111}, \frac{35}{105}, \frac{57}{19}, \frac{250}{125}, \frac{52}{13}, \frac{51}{170}, \frac{450}{800}, \frac{19}{19}, \frac{51}{85}, \frac{210}{21}$$

- 6** Ergänze fehlende Zähler oder Nenner und die Erweiterungszahl auf dem Gleichheitszeichen bzw. die Kürzungszahl darunter.

a) $\frac{7}{9} = \frac{\square}{72} = \frac{28}{\square} = \frac{84}{\square}$

b) $\frac{5}{12} = \frac{30}{\square} = \frac{\square}{36} = \frac{75}{\square}$

DAS MUSST DU WISSEN

Hauptnenner bestimmen

Das Erweitern von Brüchen wird benötigt, wenn man mehrere Brüche mit verschiedenen Nennern auf einen gemeinsamen Nenner, den **Hauptnenner**, bringen will.

Beispiel: $\frac{5}{12}$ und $\frac{7}{20}$ sollen auf den kleinsten gemeinsamen Nenner gebracht werden. Bestimme das kgV der Einzelnenner:

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$$

Hauptnenner: $\text{kgV}(12; 20) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = \underline{\underline{60}}$

Hinweis: Du kannst das kgV auch mithilfe der **Vielfachenmengen** bestimmen (siehe Kapitel 1.4).

Die Faktoren ermittelst du dann, indem du den gefundenen Hauptnenner durch die Einzelnenner dividierst. So musst du $\frac{5}{12}$ mit **5** erweitern, da $60 : 12 = 5$, und $\frac{7}{20}$ mit **3**, da $60 : 20 = 3$.

$$\frac{5}{12} = \frac{5}{12} \cdot \frac{5}{5} = \frac{25}{60} \quad \text{und} \quad \frac{7}{20} = \frac{7}{20} \cdot \frac{3}{3} = \frac{21}{60}$$

- 7** Bringe die folgenden Brüche auf den angegebenen Hauptnenner.

a) $\frac{4}{5}$ und $\frac{7}{10}$ auf den Nenner 10

b) $\frac{3}{7}$ und $\frac{4}{3}$ auf den Nenner 21

8 Bringe folgende Brüche jeweils auf den Hauptnenner.

a) $\frac{13}{48}$ und $\frac{9}{26}$ b) $\frac{21}{25}$ und $\frac{7}{15}$ c) $\frac{3}{14}$ und $\frac{1}{20}$ d) $\frac{17}{81}$ und $\frac{7}{18}$

9 Gesucht ist der Hauptnenner.

a) $\frac{11}{12}; \frac{5}{6}; \frac{1}{9}$ b) $\frac{2}{3}; \frac{5}{6}; \frac{9}{10}; \frac{8}{15}$

2.3 Verschiedene Schreibweisen von Brüchen

WAS DU SCHON KÖNNEN MUSST

► Brüche kürzen und erweitern (siehe Kapitel 2.2)

DAS MUSST DU WISSEN

Namen und Schreibweisen

Für Brüche gibt es ganz unterschiedliche Schreibweisen und bestimmte Brüche haben besondere Namen. Ein Bruch ist ein ...

► ... **echter Bruch**, wenn der Zähler kleiner als der Nenner ist,

Beispiel: $\frac{3}{8}$.

► ... **unechter Bruch**, wenn der Zähler größer als der Nenner ist,

Beispiel: $\frac{7}{5}$.

► ... **Scheinbruch**, wenn Zähler und Nenner gleich sind,

Beispiel: $\frac{4}{4}$ (immer = 1).

► ... **Stammbruch**, wenn der Zähler 1 ist, Beispiele: $\frac{1}{3}, \frac{1}{8}$.

Den **Bruchstrich** kannst du als **Divisionszeichen** verstehen,

Beispiel: $\frac{2}{3} = 2 : 3$.

► Jeden unechten Bruch kann man in die **gemischte Schreibweise** umwandeln, das heißt in eine Schreibweise mit ganzen Zahlen und Brüchen, wie beispielsweise $2\frac{1}{3}$ (= $2 + \frac{1}{3}$ = 2 Ganze und ein Drittel).

Beispiele:

$$- \frac{14}{5} = 14 : 5 = 2 \text{ Rest } 4 = 2 \text{ Ganze} + \frac{4}{5} \rightarrow \frac{14}{5} = 2\frac{4}{5}$$

$$- 3\frac{3}{4} \text{ bedeutet } 3 \text{ Ganze und } 3 \text{ Viertel; } 3 \text{ Ganze sind } 12 \text{ Viertel} \\ (3 \cdot 4), \text{ hinzu kommen noch } 3 \text{ Viertel, das ergibt } 15 \text{ (} 12 + 3 \text{) Vier-} \\ \text{tel} \rightarrow 3\frac{3}{4} = \frac{15}{4}.$$

► **Prozent** ist eine andere Schreibweise für Brüche mit dem Nenner 100.

Beispiele:

$$- \frac{1}{100} = 1\%$$

$$- 35\% = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$$

$$- \frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 75\%$$

$$- 80\% = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$$

1 Schreibe als Bruch bzw. in gemischter Schreibweise.

a) $1\frac{1}{4}$

b) $4\frac{3}{8}$

c) $5\frac{4}{7}$

d) $\frac{25}{4}$

e) $\frac{5}{2}$

f) $\frac{15}{5}$

2 Notiere in Prozentschreibweise. Erweitere, wenn nötig.

a) $\frac{5}{100}$

b) $\frac{47}{100}$

c) $\frac{17}{25}$

d) $\frac{1}{4}$

3 Schreibe als Bruch. Kürze, wenn möglich.

a) 4%

b) 9%

c) 25%

d) 150%

2.4 Brüche am Zahlenstrahl

WAS DU SCHON KÖNNEN MUSST

► Natürliche Zahlen auf dem Zahlenstrahl festlegen

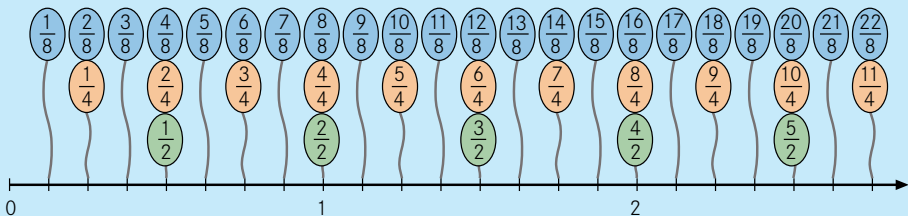
DARUM GEHT ES

Wir ordnen jeder Bruchzahl einen Punkt auf dem Zahlenstrahl zu. Zu einem Punkt eines Zahlenstrahls gehören verschiedene Brüche, z. B. gehören $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{12}{16}$ zum selben Punkt auf dem Zahlenstrahl (vgl. Kapitel 2.2).

DAS MUSST DU WISSEN

So ordnen wir Bruchzahlen

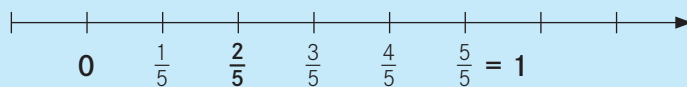
Natürliche und ganze Zahlen konnten wir leicht anordnen, da es zu einer gegebenen Zahl immer einen Nachfolger gab. Zu zwei verschiedenen Bruchzahlen kann kein Nachfolger gefunden werden, da stets eine weitere Bruchzahl gefunden werden kann, die zwischen zwei Brüchen liegt. Werden Halbe, Viertel und Achtel eingetragen, sieht der Zahlenstrahl so aus:



Alle positiven echten Brüche liegen zwischen 0 und 1. Wenn du wissen willst, wo die unechten Brüche auf dem Zahlenstrahl liegen, wandelst du sie am besten in einen gemischten Bruch um (siehe Kapitel 2.3).

Beispiel: Die Zahl $\frac{2}{5}$ soll am Zahlenstrahl eingetragen werden.

Teile die Strecke zwischen 0 und 1 in fünf gleich große Teile und zähle dann von der 0 aus zwei Teile ab, so gelangst du zu dieser Bruchzahl.



- 1 Zeichne einen Zahlenstrahl für die Strecke von 1 bis 4. Wähle 10 Kästchen für die Strecke von 0 bis 1. Trage die Punkte ein.

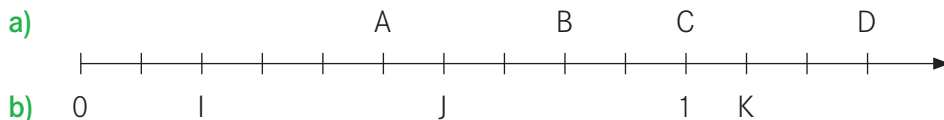
a) $\frac{3}{10}; \frac{7}{10}; 1\frac{1}{10}; 1\frac{5}{10}; 2\frac{4}{10}; 2\frac{9}{10}; 3\frac{2}{10}$

b) $\frac{2}{5}; \frac{1}{2}; \frac{3}{5}; \frac{1}{1}; 1\frac{1}{5}; 1\frac{4}{5}; 2\frac{1}{10}; \frac{15}{5}$

c) $\frac{2}{4}; \frac{13}{10}; 1\frac{1}{10}; 1\frac{1}{2}; 2\frac{3}{5}; 2\frac{5}{10}$

2.5 Größenvergleich von Brüchen

- 2 Gib zu den bezeichneten Punkten des Zahlenstrahls die entsprechende Bruchzahl an.



- 3 Zeichne einen Zahlenstrahl mit der angegebenen Einheit und ordne die Bruchzahlen den entsprechenden Punkten zu.

a) Einheit 2 cm: $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{6}{4}$; $3\frac{2}{2}$; $\frac{16}{4}$; $2\frac{3}{4}$; $\frac{4}{1}$; $3\frac{1}{2}$

b) Einheit 36 mm: $\frac{7}{12}$; $1\frac{13}{18}$; $\frac{5}{36}$; $1\frac{4}{9}$; $2\frac{5}{6}$; $\frac{26}{12}$; $\frac{1}{4}$

- 4 Mit welcher Bruchzahl oder Zahl kannst du den Punkt angeben, der in der Mitte liegt?

a) $\frac{1}{2}$ und 1

b) $\frac{5}{11}$ und $\frac{9}{11}$

c) $1\frac{3}{8}$ und $2\frac{1}{8}$

- 5 Welche der folgenden Bruchzahlen stellen natürliche oder ganze Zahlen dar? Welche Zahlen sind das?

a) $\frac{13}{8}$

b) $\frac{24}{8}$

c) $\frac{16}{16}$

d) $\frac{13}{26}$

e) $\frac{0}{5}$

f) $\frac{75}{15}$

2.5 Größenvergleich von Brüchen

WAS DU SCHON KÖNNEN MUSST

- ▷ Brüche gleichnamig machen (vgl. Kapitel 2.2)
- ▷ Hauptnenner mithilfe des kgV der Einzelnenner finden
- ▷ Bruchzahlen Punkte auf dem Zahlenstrahl zuordnen
- ▷ Brüche umformen

DARUM GEHT ES

- ▷ Durch Vergleich zweier Bruchzahlen soll entschieden werden, welche der Zahlen größer, welche kleiner ist.
- ▷ Die Größenordnung wird durch Relationszeichen $<$ oder $>$ dargestellt, in der Regel durch die Kleiner-Relation „ $<$ “.

DAS MUSST DU WISSEN

Brüche vergleichen

Zwei Brüche lassen sich vergleichen, indem man durch Erweitern (oder Kürzen) gleiche Zähler oder gleiche Nenner bildet.

Brüche mit gleichem Nenner heißen **gleichnamig**.

Beispiel: $\frac{5}{7}$ und $\frac{3}{4}$ sollen verglichen werden. Der Hauptnenner ist das kgV $(7; 4) = 28$.

$$\frac{5}{7} = \frac{5 \cdot 4}{7 \cdot 4} = \frac{20}{28}; \quad \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 7} = \frac{21}{28}; \quad \text{jetzt vergleicht man: } \frac{20}{28} < \frac{21}{28}, \text{ also } \frac{5}{7} < \frac{3}{4}.$$

Merke: Von zwei positiven Brüchen mit gleichen Nennern ist derjenige der größere, der den größeren Zähler besitzt.

Auch bei gleichem Zähler kann man vergleichen.

Beispiel: $\frac{7}{2}$ und $\frac{7}{5}$ **Achtung:** hier gilt: $\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$; $\frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$, also: $\frac{7}{5} < \frac{7}{2}$.

Merke: Von zwei positiven Brüchen mit gleichen Zählern ist derjenige der größere, dessen Nenner der kleinere ist.

1 Ordne jeweils der Größe nach. Beginne mit dem kleinsten Bruch.

a) $\frac{2}{9}; \frac{11}{9}; \frac{7}{9}$ b) $\frac{14}{7}; \frac{6}{7}; \frac{11}{7}$ c) $\frac{4}{9}; \frac{4}{7}; \frac{4}{11}$ d) $\frac{7}{5}; \frac{7}{15}; \frac{7}{3}$

2 Mache jeweils die Brüche gleichnamig und ordne dann der Größe nach.

a) $\frac{2}{3}; \frac{3}{5}; \frac{4}{7}$ b) $\frac{5}{4}; \frac{7}{6}; \frac{13}{10}$ c) $\frac{6}{7}; \frac{9}{11}; \frac{11}{14}$ d) $\frac{8}{15}; \frac{13}{25}; \frac{2}{5}$

3 Ordne der Größe nach.

a) $\frac{8}{2}, \frac{11}{3}, \frac{17}{4}, \frac{7}{5}, \frac{5}{6}$

b) $\frac{8}{5}, \frac{9}{8}, \frac{8}{4}, \frac{11}{10}$

4 Warum kann man folgende Zahlen der Größe nach ordnen, ohne sie auf einen gemeinsamen Nenner zu bringen? Ordne.

$8\frac{5}{6}; 5\frac{3}{8}; 1\frac{3}{4}; 4\frac{7}{10}$

5 Ordne von der kleinsten bis zur größten Bruchzahl vor allem durch Vergleichen von Nenner oder Zähler.

$\frac{5}{8}, \frac{5}{5}, \frac{5}{9}, \frac{5}{14}, \frac{5}{11}, \frac{7}{5}, \frac{5}{7}, \frac{5}{20}, \frac{7}{3}, \frac{7}{2}, \frac{5}{6}$

6 Suche einen Bruch zwischen:

a) $\frac{1}{5}$ und $\frac{4}{5}$;

b) $\frac{1}{5}$ und $\frac{1}{3}$;

c) $\frac{2}{15}$ und $\frac{1}{5}$.

7 Bei einem Schulfest verkauft die Klasse 6c Karten.

Louisa hat $\frac{3}{10}$, Vivien $\frac{3}{20}$, Rahel $\frac{1}{3}$, Sophie $\frac{2}{15}$ und Lisa $\frac{1}{12}$ der Karten verkauft. Welches der Mädchen ist die beste Verkäuferin?

2.6 Brüche als Bruchteile von Größen

WAS DU SCHON KÖNNEN MUSST

- ▷ Bruchteile erkennen und darstellen (siehe Kapitel 2.1)
- ▷ Größen umrechnen (Beispiel: 3 400 g = 3,4 kg)

DARUM GEHT ES

Bruchteile kann man nicht nur zeichnerisch darstellen. Man kann Bruchteile als Bruchteil von Größen angeben und berechnen.

DAS MUSST DU WISSEN

Bruchteile von Größen

Um Bruchteile von Größen zu berechnen, **dividierst** du das Ganze **durch den Nenner** und **multiplizierst** das Ergebnis **mit dem Zähler**.

Beispiel: Wie viel sind $\frac{2}{3}$ von 24 €?

1. Schritt: $24 \text{ €} : 3 = 8 \text{ €}$

2. Schritt: $8 \text{ €} \cdot 2 = 16 \text{ €}$

Lösung: $\frac{2}{3}$ von 24 € sind 16 €.

1 Berechne.

- a) $\frac{2}{3}$ von 21 m b) $\frac{5}{6}$ von 42 kg c) $\frac{7}{12}$ von 144 € d) $\frac{2}{5}$ von 40 s
 e) $\frac{8}{10}$ von 60 min f) $\frac{13}{15}$ von 270 g g) $\frac{14}{100}$ von 300 cm²

TIPPS UND INFOS

Einheiten umwandeln

Wenn das Ganze nicht ohne Rest durch den Nenner dividiert werden kann, dann hilft es, die Größe in eine kleinere Einheit umzuwandeln.

Beispiel: Wie viel sind $\frac{3}{5}$ von 2 kg? $2 \text{ kg} = 2000 \text{ g}$, also

1. Schritt: $2000 \text{ g} : 5 = 400 \text{ g}$

2. Schritt: $400 \text{ g} \cdot 3 = 1200 \text{ g} (= 1,2 \text{ kg})$

Lösung: $\frac{3}{5}$ von 2 kg sind 1200 g bzw. 1,2 kg.

2 Berechne nun die folgenden Bruchteile.

- a) $\frac{2}{3}$ von 1 h b) $\frac{3}{4}$ von 1 kg c) $\frac{5}{6}$ von 3 t d) $\frac{3}{8}$ von 4 km
 e) $\frac{7}{12}$ von 2 min f) $\frac{15}{100}$ von 8 kg g) $\frac{2}{5}$ von 2 t h) $\frac{15}{100}$ von 20 h

3 Berechne. Wenn nötig, wandle zuvor die Größe um.

- a) $\frac{3}{12}$ von 36 km b) $\frac{4}{6}$ von 15 l c) $\frac{2}{3}$ von 744 € d) $\frac{3}{10}$ von 6 m²

2.7 Anteil – Bruchteil – Ganzes

WAS DU SCHON KÖNNEN MUSST

- ▷ Brüche kürzen und erweitern
- ▷ Bruchteile von Größen berechnen

DAS MUSST DU WISSEN

Anteil – Ganzes – Bruchteil

$\frac{2}{3}$	von	24 €	=	16 €
Anteil		Ganzes		Bruchteil

Wie man den Bruchteil berechnet, weißt du schon. Jetzt lernst du, wie man den Anteil und das Ganze berechnet.

► Berechnung des Ganzes:

Beispiel: $\frac{1}{6}$ sind 5 m

$\frac{1}{6}$ ist der Anteil, 5 m sind der Bruchteil.

Du berechnest das Ganze, indem du den Bruchteil durch den Zähler dividierst und das Ergebnis mit dem Nenner multiplizierst.

1. Schritt: $5 \text{ m} : \frac{1}{6} = 5 \text{ m} \cdot 6 = 30 \text{ m}$

2. Schritt: $5 \text{ m} \cdot 6 = 30 \text{ m}$

Lösung: Das Ganze sind 30 m.

► Berechnung des Anteils:

Beispiel: Welcher Anteil sind 5 m von 12 m?

5 m sind der Bruchteil, 12 m sind das Ganze.

Du berechnest den Anteil, indem du den Bruchteil durch das Ganze dividierst und den Bruch, wenn nötig, kürzt oder erweiterst.

Lösung: $5 \text{ m} : 12 \text{ m} = \frac{5}{12}$

Beispiel: Hier musst du am Ende kürzen: Welcher Anteil sind 15 m von 40 m?

Rechnung: $15 \text{ m} : 40 \text{ m} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$.

- 1** Bestimme das Ganze (die Gesamtgröße). Wenn nötig, rechne zuerst um.

Beispiel: $\frac{5}{6}$ sind 4 min; $4 \text{ min} = 4 \cdot 60 \text{ s} = 240 \text{ s}$; Berechnung des Ganzen:

1. Schritt: $240 \text{ s} : 5 = 48 \text{ s}$; **2. Schritt:** $48 \text{ s} \cdot 6 = 288 \text{ s}$; Lösung: 288 s

- a) $\frac{3}{8}$ sind 135 l b) $\frac{5}{6}$ sind 45 € c) $\frac{2}{4}$ sind 36 kg
 d) $\frac{5}{12}$ sind 25 h e) $\frac{3}{4}$ sind 75 cm f) $\frac{7}{10}$ sind 140 m^2

- 2** Bei den folgenden Aufgaben musst du an das Umrechnen denken.

- a) $\frac{13}{50}$ sind 520 m b) $\frac{5}{8}$ sind 1 km c) $\frac{12}{30}$ sind 1 min d) $\frac{8}{25}$ sind 10 dm^2

- 3** Der Metzger verkauft 250 g Schinken, das sind $\frac{5}{80}$ des gesamten Schinkens. Wie viel wog der gesamte Schinken?

- 4** Ein Stock steckt zum Teil in der Erde. 40 cm, das sind $\frac{2}{5}$ der gesamten Länge des Stocks, sind sichtbar. Wie lang ist der Stock?

- 5** Welcher Anteil ist das? Denke an das Kürzen.

- a) 18 m von 30 m b) 28 kg von 70 kg c) 48 l von 54 l
 d) 4 m^2 von 16 m^2 e) 8 t von 12 t
 f) 50 s von $1\frac{1}{2}$ min (Achtung: Umrechnen!)

TIPPS UND INFOS

Achte bei den folgenden Aufgaben darauf, dass du immer zuerst überlegst, welche Größen (Anteil, Ganzes oder Bruchteil) gegeben sind.

- 6** Philipp ist mit 18 Stimmen zum Klassensprecher gewählt worden. Insgesamt wurden 25 Stimmen abgegeben. Welchen Anteil der Stimmen erhielt Philipp?

- 7 Eine Grippewelle erreicht die Klasse 6b. Es fehlen 7 Schüler, das sind $\frac{2}{8}$ der Klasse. Wie viele Schüler gehen insgesamt in die 6b?
- 8 Die Schule bietet Mittagessen für Kinder an, die länger Unterricht haben.
Dieses Angebot nehmen $\frac{4}{7}$ der insgesamt 28 Schüler der 6c wahr. Wie viele Schüler aus der 6c gehen essen?

2.8 Addieren und Subtrahieren von Brüchen

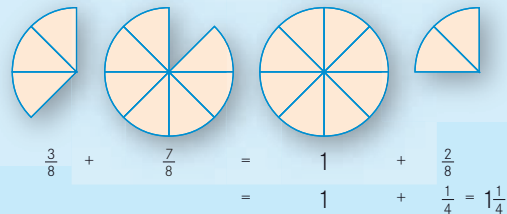
WAS DU SCHON KÖNNEN MUSST

- ▷ Brüche kürzen und erweitern (siehe Kapitel 2.2)
- ▷ Brüche gleichnamig machen (siehe Kapitel 2.2)
- ▷ kgV bestimmen können (siehe Kapitel 1.4)

DAS MUSST DU WISSEN

Gleichnamige Brüche

Gleichnamige Brüche addierst oder subtrahierst du, indem du den Nenner beibehältst und die Zähler addierst oder subtrahierst.



Beispiel: $\frac{3}{8} + \frac{7}{8} = \frac{3+7}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

DAS MUSST DU WISSEN

Ungleichnamige Brüche

Für ungleichnamige Brüche ist das nicht so einfach. Diese musst du zuerst **gleichnamig machen**, das heißt auf einen gemeinsamen Nenner erweitern oder kürzen. Dann kannst du sie, wie oben gezeigt, addieren bzw. subtrahieren.

BEISPIEL

Addiere $\frac{10}{12}$ und $\frac{2}{9}$

Du machst die Brüche $\frac{10}{12}$ und $\frac{2}{9}$ gleichnamig und addierst anschließend. So gehst du vor:

1. Du kürzt, wenn nötig, alle Summanden vollständig und erhältst: $\frac{5}{6} + \frac{2}{9}$.
 2. Du bildest das kgV von 6 und 9: $\text{kgV}(6; 9) = 18$ (Hauptnenner).
 3. Du erweiterst beide Brüche so, dass sie den Nenner 18 haben: $\frac{5 \cdot 3}{6 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 2}{9 \cdot 2} = \frac{15}{18} + \frac{4}{18}$. (siehe Kapitel 2.2)
 4. Jetzt addierst du: $\frac{15}{18} + \frac{4}{18} = \frac{19}{18}$. Dabei addierst du die Zähler und behältst den Nenner bei.
 5. Zum Schluss kürzt du vollständig, wenn es möglich ist, und wandelst gegebenenfalls in eine gemischte Zahl um: $\frac{19}{18} = 1\frac{1}{18}$.
- Beim Subtrahieren gehst du genauso vor!

1 Berechne. Gib das Ergebnis immer als vollständig gekürzten Bruch an.

a) $\frac{3}{8} + \frac{4}{8}$

b) $\frac{1}{4} + \frac{2}{4}$

c) $\frac{5}{12} + \frac{7}{12}$

d) $\frac{27}{100} + \frac{23}{100}$

e) $\frac{9}{16} - \frac{5}{16}$

f) $\frac{4}{7} - \frac{2}{7}$

g) $\frac{41}{45} - \frac{16}{45}$

h) $\frac{17}{30} - \frac{17}{30}$

2 Fülle die Lücke mit einer passenden Bruchzahl.

a) $\frac{4}{9} + \frac{\square}{9} = \frac{8}{9}$

b) $\frac{\square}{7} - \frac{2}{7} = \frac{3}{7}$

c) $\frac{\square}{25} + \frac{4}{25} = \frac{13}{25}$

3 Addieren von Stammbrüchen.

a) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

b) $\frac{1}{9} + \frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{8} + \frac{1}{6}$

4 Addition und Subtraktion beliebiger ungleichnamiger Brüche.

a) $\frac{5}{12} + \frac{3}{4}$

b) $\frac{5}{3} + \frac{9}{10}$

c) $\frac{3}{14} + \frac{4}{21}$

d) $\frac{13}{18} - \frac{2}{3}$

e) $\frac{8}{15} - \frac{2}{5}$

f) $\frac{17}{18} - \frac{5}{12}$

2.9 Gemischte Zahlen addieren und subtrahieren

5 Hier gibt es mehrere Summanden bzw. Subtrahenden.

Gib das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch an und schreibe, falls möglich, als gemischte Zahl.

a) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{2}{3}$ b) $\frac{7}{15} + \frac{11}{30} + \frac{1}{2}$ c) $\frac{5}{12} + \frac{7}{8} + \frac{4}{15}$ d) $\frac{9}{16} - \frac{1}{3} - \frac{5}{24}$

6 Stelle erst den Term auf und berechne dann.

Beispiel: Bilde die Summe aus $\frac{5}{8}$ und $\frac{4}{5}$; kgV(5; 8) = 40 (Hauptnenner)

$$\frac{5}{8} + \frac{4}{5} = \frac{5 \cdot 5}{8 \cdot 5} + \frac{4 \cdot 8}{5 \cdot 8} = \frac{25}{40} + \frac{32}{40} = \frac{57}{40} = 1\frac{17}{40}$$

a) Berechne die Differenz von $\frac{11}{12}$ und $\frac{5}{9}$.

b) Subtrahiere die Differenz von $\frac{8}{5}$ und $\frac{1}{6}$ von der Summe aus $\frac{9}{6}$ und $\frac{8}{3}$.

7 Und zum Schluss noch eine Textaufgabe.

Du willst für eine Party ein Fruchtsaftgetränk mixen. In deinem Rezeptbuch steht: „Mische $\frac{1}{2}$ l Mineralwasser mit $\frac{3}{4}$ l Apfelsaft, $\frac{1}{8}$ l Pfirsichsaft und $\frac{1}{8}$ l Ananassaft.“ Im Schrank stehen ein 1-l-Krug und ein 2-l-Krug. Reichen die beiden Krüge aus?

2.9 Gemischte Zahlen addieren und subtrahieren

WAS DU SCHON KÖNNEN MUSST

- ▷ Hauptnenner bilden
- ▷ Unechte Brüche und gemischte Zahlen kennen (siehe Kapitel 2.3)
- ▷ Brüche addieren und subtrahieren
- ▷ Verschiedene Darstellungen von Brüchen kennen

DARUM GEHT ES

In diesem Kapitel lernst du, wie man gemischte Zahlen addiert und subtrahiert.

Zur Erinnerung: Einen **unechten Bruch** erkennst du daran, dass der Zähler größer ist als der Nenner. Diese Zahl ist somit größer als 1, und du kannst sie in eine gemischte Zahl verwandeln.

BEISPIEL

Gemischte Zahlen – unechter Bruch

Beispiel 1: Verwandle $\frac{34}{9}$ in eine gemischte Zahl.

► Dividieren: $\frac{34}{9} = 34 : 9 = 3 + (7 : 9) = 3 + \frac{7}{9} = 3\frac{7}{9}$

► oder zerlegen: $\frac{34}{9} = \frac{27}{9} + \frac{7}{9} = 3 + \frac{7}{9} = 3\frac{7}{9}$

Beispiel 2: Schreibe $5\frac{7}{8}$ als unechten Bruch.

Addieren: $5\frac{7}{8} = \frac{5}{1} + \frac{7}{8} = \frac{40}{8} + \frac{7}{8} = \frac{47}{8}$

BEISPIEL

So addierst und subtrahierst du gemischte Zahlen

Es ist vorteilhaft, wenn du die ganzen Zahlen und die Brüche trennst.

Addieren:

$$4\frac{3}{7} + 2\frac{1}{3} = 4 + 2 + \frac{3}{7} + \frac{1}{3} = 6 + \frac{9}{21} + \frac{7}{21} = 6 + \frac{16}{21} = 6\frac{16}{21}$$

Achtung, wenn die Summe der Bruchteile „größer als 1“ wird: Ganze abtrennen!

$$4\frac{3}{7} + 2\frac{2}{3} = 4 + 2 + \frac{3}{7} + \frac{2}{3} = 6 + \frac{9}{21} + \frac{14}{21} = 6 + \frac{23}{21} = 6 + \frac{21}{21} + \frac{2}{21} = 7\frac{2}{21}$$

Subtrahieren:

$$4\frac{3}{7} - 2\frac{1}{3} = 4 - 2 + \frac{3}{7} - \frac{1}{3} = 2 + \frac{9}{21} - \frac{7}{21} = 2 + \frac{2}{21} = 2\frac{2}{21}$$

1 Wandle um: gemischte Zahl in einen unechten Bruch und umgekehrt.

a) $3\frac{7}{11}$

b) $\frac{15}{4}$

c) $1\frac{3}{7}$

d) $7\frac{5}{8}$

e) $\frac{49}{5}$

f) $\frac{101}{10}$

2 Addiere die folgenden Brüche.

a) $4\frac{3}{4} + 6\frac{3}{4}$

b) $11\frac{1}{2} + 7\frac{5}{6}$

c) $3\frac{7}{12} + 4\frac{5}{18}$

d) $17\frac{4}{25} + 3\frac{7}{20}$

e) $25\frac{1}{9} + 12\frac{1}{3}$

f) $2\frac{1}{4} + 3\frac{2}{3} + 4\frac{1}{6}$

g) $10\frac{4}{7} + 3\frac{5}{14} + 9\frac{9}{28}$

h) $6\frac{5}{8} + \frac{5}{12} + 8\frac{49}{60}$

2.9 Gemischte Zahlen addieren und subtrahieren

3 Subtrahiere die folgenden Brüche.

a) $14\frac{7}{10} - 3\frac{2}{10}$

b) $9\frac{3}{4} - 5\frac{1}{2}$

c) $12\frac{3}{16} - 7\frac{1}{20}$

d) $30\frac{11}{12} - 10\frac{4}{15}$

e) $4\frac{22}{45} - 1\frac{20}{63}$

f) $10\frac{19}{80} - 2\frac{7}{60}$

DAS MUSST DU WISSEN

Differenz kleiner als null

Wenn die Differenz der Bruchteile „kleiner als 0“ wird, musst du dir bei den Ganzen $\frac{1}{1}$ „leihen“.

Beispiel:

$$4\frac{3}{7} - 2\frac{2}{3} = (4 - 2) + \left(\frac{3}{7} - \frac{2}{3}\right)$$

Nenner gleichnamig machen

$$= 2 + \left(\frac{9}{21} - \frac{14}{21}\right)$$

Der Klammerausdruck ist kleiner als 0.

$$= 1 + \frac{21}{21} + \frac{9}{21} - \frac{14}{21}$$

2 zerlegen in $1 + \frac{21}{21}$

$$= 1 + \frac{21+9-14}{21} = 1\frac{16}{21}$$

gleichnamige Brüche addieren bzw. subtrahieren

4 Berechne.

a) $9\frac{1}{6} - 5\frac{3}{4}$

b) $15\frac{3}{7} - 10\frac{4}{5}$

c) $9\frac{2}{9} - 8\frac{5}{6}$

TIPPS UND INFOS

Du kannst gemischte Zahlen auch addieren und subtrahieren, indem du sie in unechte Brüche verwandelst.

Beispiel: $4\frac{3}{7} - 2\frac{2}{3} = \frac{31}{7} - \frac{8}{3} = \frac{93}{21} - \frac{56}{21} = \frac{93-56}{21} = \frac{37}{21} = 1\frac{16}{21}$

5 Berechne wie im Beispiel.

a) $6\frac{1}{4} + 3\frac{4}{5}$

b) $20\frac{1}{7} - 10\frac{2}{3}$

c) $8\frac{2}{5} - 7\frac{5}{6}$

- 6 Berechne folgende Summen bzw. Differenzen. Wähle die Methode, mit der du am besten zurechtkommst.

a) $3\frac{7}{12} + 4\frac{5}{18}$ b) $6\frac{7}{10} - 5\frac{3}{10}$ c) $5\frac{1}{4} - 2\frac{3}{4}$ d) $25\frac{1}{9} + 12\frac{1}{3}$
 e) $4\frac{1}{9} + 3\frac{1}{2} + 5\frac{1}{6}$ f) $15\frac{3}{7} - 6\frac{8}{9}$ g) $4\frac{2}{3} + 2\frac{1}{3} - 1\frac{5}{9}$

2.10 Multiplizieren und Dividieren von Bruchzahlen mit einer natürlichen Zahl

WAS DU SCHON KÖNNEN MUSST

- ▷ Multiplizieren und dividieren
- ▷ Umwandeln von Bruchzahlen verschiedener Darstellung
- ▷ Brüche kürzen

DARUM GEHT ES

In diesem Kapitel lernst du, wie man Bruchzahlen mit einer natürlichen Zahl multipliziert oder durch eine solche dividiert, also vervielfacht oder teilt.

DAS MUSST DU WISSEN

So multiplizierst du Brüche ...

... **mit einer natürlichen Zahl:** Du multiplizierst die natürliche Zahl mit dem Zähler der Bruchzahl und behältst den Nenner bei. Bei Stammbrüchen ist das sofort einleuchtend.

Beispiel 1: $\frac{1}{3} \cdot 4 = \frac{1 \cdot 4}{3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$ **Beispiel 2:** $\frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{2 \cdot 4}{3} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$

DAS MUSST DU WISSEN

So dividierst du Brüche ...

... **durch eine natürliche Zahl:** Du multiplizierst die natürliche Zahl mit dem Nenner der Bruchzahl und behältst den Zähler bei.

Zur Erinnerung: Der Bruchstrich bedeutet „geteilt durch“.

Beispiel 1: $\frac{2}{3} : 2 = \frac{2}{3 \cdot 2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ **Beispiel 2:** $\frac{2}{3} : 4 = \frac{2}{3 \cdot 4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

2.10 Multiplizieren und Dividieren von Bruchzahlen

1 Berechne.

a) $\frac{2}{5} \cdot 2$ b) $\frac{3}{8} \cdot 2$ c) $\frac{3}{4} \cdot 3$ d) $\frac{5}{7} \cdot 4$ e) $\frac{7}{10} \cdot 3$ f) $9 \cdot \frac{11}{12}$

2 Berechne.

a) $\frac{1}{5} : 2$ b) $\frac{2}{3} : 4$ c) $\frac{3}{4} : 2$ d) $\frac{5}{7} : 3$ e) $\frac{9}{10} : 3$ f) $\frac{11}{11} : 2$

TIPPS UND INFOS

Kürzen vor dem Ausrechnen

Beim Vervielfachen und Teilen erhält man oft Brüche, die man noch kürzen kann. Dann ist es vorteilhaft, vor dem Ausrechnen zu kürzen.

Beispiel: $\frac{7}{18} \cdot 12 = \frac{7 \cdot 12}{18} = \frac{7 \cdot 2}{3} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$, denn $\frac{7 \cdot 12}{18} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 2}{6 \cdot 3} = \frac{14}{3}$
(Gleiche Faktoren in Zähler und Nenner „heben sich auf“.)

3 Berechne. Kürze vor dem Ausrechnen.

a) $\frac{2}{15} \cdot 20$ b) $\frac{7}{8} \cdot 24$ c) $\frac{9}{16} \cdot 64$ d) $\frac{8}{35} : 16$ e) $\frac{12}{13} : 8$ f) $\frac{77}{100} : 11$

4 Berechne.

a) Welche natürliche Zahl ist die Lösung?

$$x \cdot \frac{2}{5} = 4$$

$$y \cdot \frac{4}{9} = 4$$

$$z \cdot \frac{7}{24} = 3\frac{1}{2}$$

b) Welche Bruchzahl ist die Lösung?

$$x \cdot 7 = \frac{14}{15}$$

$$9 \cdot y = 6\frac{3}{4}$$

$$5 \cdot z = 6\frac{3}{7}$$

5 Sachaufgaben

- a) In einer Flasche Limonade sind $\frac{7}{10}$ l. Drei Freunde teilen sich die Flasche. Wie viel bekommt jeder?
- b) Max ist bei einem Picknick für die Getränke zuständig. Er nimmt 6 Flaschen Mineralwasser zu je $\frac{3}{4}$ l, 2 Flaschen Saft mit jeweils $\frac{7}{10}$ l und 1 Kanne Kaffee mit $\frac{8}{10}$ l Kaffee mit. Wie viel Liter muss er tragen?

2.11 Multiplizieren von Brüchen mit Bruchzahlen

WAS DU SCHON KÖNNEN MUSST

- ▷ Multiplizieren und dividieren
- ▷ Umwandeln von Bruchzahlen verschiedener Darstellung
- ▷ Brüche kürzen
- ▷ Bruchteile einer Größe bestimmen

DARUM GEHT ES

Eine Bruchzahl wird mit einer anderen Bruchzahl multipliziert.

Das bedeutet zum Beispiel, dass wir das $1\frac{1}{2}$ -Fache von $\frac{3}{4}$ bestimmen wollen, also $\frac{3}{4} \cdot 1\frac{1}{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{2}$.

DAS MUSST DU WISSEN

So multiplizierst du Brüche ...

... mit einer Bruchzahl:

Bruchzahlen werden miteinander multipliziert, indem man **Zähler mit Zähler** und **Nenner mit Nenner** multipliziert.

Beispiel: $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 2} = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$

Zähler und Nenner auf einen Bruchstrich schreiben, multiplizieren, kürzen bzw. in eine gemischte Zahl umwandeln.

Auch hierbei gilt wieder: Wenn es möglich ist, vor dem Ausrechnen kürzen. Unechte Brüche im Ergebnis in gemischte Zahlen umwandeln.

1 Berechne das Produkt.

a) $\frac{4}{5} \cdot \frac{7}{9}$

b) $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5}$

c) $\frac{6}{7} \cdot \frac{4}{15}$

d) $\frac{3}{4} \cdot \frac{9}{10}$

e) $\frac{6}{25} \cdot \frac{5}{18}$

f) $\frac{12}{35} \cdot \frac{7}{18}$

g) $\frac{7}{10} \cdot \frac{25}{49} \cdot \frac{3}{5}$

h) $\frac{9}{16} \cdot \frac{48}{81} \cdot \frac{3}{10}$

2 Schreibe als Produkt und berechne wie im Beispiel. Wie viel sind

a) $\frac{3}{7}$ von $\frac{1}{2}$ kg;

b) $\frac{2}{3}$ von $\frac{7}{8}$ m²;

c) $\frac{1}{3}$ von $\frac{3}{4}$ h;

d) $\frac{5}{6}$ von $\frac{7}{10}$ cm?

2.11 Multiplizieren von Brüchen mit Bruchzahlen

BEISPIEL

$$\frac{2}{5} \text{ von } \frac{3}{4} \text{ mg sind } \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \text{ mg} = \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{2} \text{ mg} = \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 2} \text{ mg} = \frac{3}{10} \text{ mg}$$

3 Wie viel ist/sind

- a) die Hälfte von $1\frac{1}{4}$ kg; b) zwei Drittel einer $\frac{3}{4}$ Stunde?

4 Berechne das Produkt, kürze möglichst früh.

- a) $\frac{15}{14} \cdot \frac{7}{25}$ b) $\frac{36}{37} \cdot \frac{74}{9}$ c) $\frac{19}{17} \cdot \frac{51}{57}$
d) $\frac{720}{86} \cdot \frac{43}{240}$ e) $\frac{44}{49} \cdot \frac{7}{3} \cdot \frac{33}{5}$ f) $\frac{9}{16} \cdot \frac{45}{48} \cdot \frac{28}{54} \cdot \frac{64}{70}$

5 In dieser Übung geht es um Besonderheiten beim Multiplizieren.

- a) $\frac{12}{17} \cdot \frac{34}{1}$ b) $\frac{3}{10} \cdot \frac{0}{10}$ c) $\frac{7}{8} \cdot 0$ d) $\frac{121}{123} \cdot \frac{123}{121}$

DAS MUSST DU WISSEN

Gemischte Zahlen multiplizieren

Wandle beim Multiplizieren von gemischten Zahlen diese zunächst in einen **unechten Bruch** um und multipliziere dann.

Beispiel:

$$1\frac{3}{4} \cdot 2\frac{4}{9} = \left(1 + \frac{3}{4}\right) \cdot \left(2 + \frac{4}{9}\right) = \left(\frac{4}{4} + \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{18}{9} + \frac{4}{9}\right) = \frac{7}{4} \cdot \frac{22}{9} = \frac{7 \cdot 11}{2 \cdot 9} = \frac{77}{18} = 4\frac{5}{18}$$

Achtung: Hier darfst du **nicht** Ganze mit Ganzen und Bruchteil mit Bruchteil multiplizieren: $1\frac{3}{4} \cdot 2\frac{4}{9} \neq 1 \cdot 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{9} = 1 \cdot 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \neq 4\frac{5}{18}$.

6 Bilde das Produkt folgender gemischter Zahlen. Wandle erst um.

- a) $5\frac{3}{7} \cdot 2\frac{4}{19}$ b) $20\frac{1}{4} \cdot 2\frac{2}{9}$ c) $6\frac{6}{7} \cdot 2\frac{11}{12}$ d) $11\frac{2}{3} \cdot 12\frac{3}{4}$

7 Berechne wie im Beispiel.

Beispiel: $6\frac{1}{4} \cdot 2 = 6 \cdot 2 + \frac{1}{4} \cdot 2 = 12 + \frac{2}{4} = 12\frac{1}{2}$

- a) $5\frac{5}{6} \cdot 8$ b) $1\frac{1}{5} \cdot 7$ c) $12\frac{4}{15} \cdot 30$ d) $65\frac{66}{67} \cdot 0$

2.12 Dividieren von Brüchen durch eine Bruchzahl

WAS DU SCHON KÖNNEN MUSST

- ▷ Multiplizieren und dividieren
- ▷ Umwandeln von Bruchzahlen verschiedener Darstellung
- ▷ Kürzen von Brüchen
- ▷ Wissen, dass das Produkt aus Quotient und Divisor den Dividenten ergibt, das heißt: Wenn $16 : 8 = 2$, dann ist auch $2 \cdot 8 = 16$
- ▷ Wissen, dass man durch „0“ nicht dividieren darf

DAS MUSST DU WISSEN

So dividierst du ...

... eine Bruchzahl durch eine andere Bruchzahl:

Beispiel: $4\frac{1}{2}$ l Saft sollen auf Flaschen zu je einem $\frac{3}{4}$ l verteilt werden.

Wie viele Flaschen werden benötigt? Du musst also rechnen

$4\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{9}{2} : \frac{3}{4} = \frac{18}{4} : \frac{3}{4}$, und da $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = 6 \cdot \frac{3}{4} = \frac{18}{4}$ ist, werden 6 Flaschen benötigt.

Auf dasselbe Ergebnis kommst du, wenn du rechnest:

$$\frac{18}{4} : \frac{3}{4} = \frac{18}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{18}{3} = 6.$$

$\frac{4}{3}$ nennt man den **Kehrwert** von $\frac{3}{4}$.

Merke: Wenn du durch einen Bruch dividierst, musst du also mit seinem Kehrwert multiplizieren.

Sieh dir dazu auch das folgende Beispiel an.

BEISPIEL

So dividierst du Brüche durch eine Bruchzahl

Bestimmt werden soll das Ergebnis von $\frac{4}{5} : \frac{7}{15}$.

$$\frac{4}{5} : \frac{7}{15} = \frac{4}{5} \cdot \frac{15}{7} = \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 7} = \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}$$

Dividend : Divisor = Dividend · Kehrwert → Quotient

Auch hierbei gilt wieder: Wenn es möglich ist, kürze so früh wie möglich!

Unechte Brüche im Ergebnis in gemischte Zahlen umwandeln!

2.12 Dividieren von Brüchen durch eine Bruchzahl

1 Berechne den Quotienten.

BEISPIEL

$$1. 4 : \frac{15}{2}$$

$$= 4 \cdot \frac{2}{15}$$

$$= \frac{4 \cdot 2}{15} = \frac{8}{15}$$

Auch hier multipliziere mit dem Kehrwert.

Rechne jetzt: ganze Zahl mal Bruch.

$$2. \frac{3}{4} : 5$$

$$= \frac{3}{4} : \frac{5}{1}$$

$$= \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5}$$

$$= \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 5} = \frac{3}{20}$$

Schreibe die 5 Ganzen als 5 Einteil: $\frac{5}{1}$.

Jetzt bilde von $\frac{5}{1}$ den Kehrwert $\frac{1}{5}$ und

multipliziere mit ihm.

Am Schluss ausmultiplizieren.

$$\text{a) } \frac{3}{5} : \frac{4}{7}$$

$$\text{b) } \frac{5}{9} : \frac{12}{13}$$

$$\text{c) } \frac{63}{17} : \frac{42}{68}$$

$$\text{d) } \frac{27}{32} : \frac{9}{16}$$

$$\text{e) } \frac{21}{30} : \frac{49}{60}$$

$$\text{f) } \frac{17}{25} : \frac{51}{100}$$

2 Rechne die folgenden Aufgaben wie im Beispiel oben.

$$\text{a) } 10 : \frac{15}{16}$$

$$\text{b) } 25 : \frac{3}{2}$$

$$\text{c) } \frac{16}{25} : 4$$

$$\text{d) } \frac{25}{42} : 15$$

$$\text{e) } 6 \frac{4}{5} : 3$$

DAS MUSST DU WISSEN

Gemischte Zahlen dividieren

- 1. Schritt:** Forme die gemischten Zahlen in unechte Brüche um.
2. Schritt: Bilde den Kehrwert des Divisors. **3. Schritt:** Schreibe Zähler und Nenner auf einen Bruchstrich. **4. Schritt:** Kürze, wenn möglich.
5. Schritt: Berechne den Quotienten. **6. Schritt:** Forme das Ergebnis, wenn nötig, in eine gemischte Zahl um.

Beispiel: $5\frac{1}{2} : 4\frac{1}{8} = \frac{11}{2} : \frac{33}{8} = \frac{11}{2} \cdot \frac{8}{33} = \frac{11 \cdot 8}{2 \cdot 33} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$

3 Berechne die folgenden Aufgaben wie im Beispiel.

a) $5\frac{3}{5} : 2\frac{2}{15}$

b) $3\frac{1}{7} : 4\frac{4}{5}$

c) $2\frac{1}{2} : 5\frac{1}{4}$

d) $26\frac{2}{15} : 2\frac{37}{55}$

e) $25\frac{5}{9} : 8\frac{1}{3}$

f) $7 : 24\frac{1}{2}$

4 In einem Krug sind $1\frac{1}{2}$ l Saft. Wie viele $\frac{1}{5}$ l große Gläser können damit gefüllt werden?

5 Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

a) $\frac{7}{8} : 0 = 0$

b) $\frac{1}{2} : \frac{1}{2} = 1$

c) $\frac{1}{2} : 2 = 1$

d) $\frac{4}{5} \cdot \frac{25}{16} > \frac{4}{5} : \frac{16}{25}$

TIPPS UND INFOS

Doppelbrüche

Du weißt schon, dass „geteilt durch“ auch als Bruchstrich geschrieben werden kann. Das gilt auch für die Division von Bruchzahlen. Dann entstehen Doppelbrüche.

Beispiel: $\frac{\frac{2}{7}}{\frac{4}{5}} = \frac{2}{7} : \frac{4}{5} = \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{4} = \frac{2 \cdot 5}{7 \cdot 4} = \frac{5}{14}$

2.13 Rechengesetze und Berechnung einfacher Terme

- 6 Berechne die Doppelbrüche wie im Beispiel auf Seite 42 unten.
Wandle gemischte Zahlen zuerst in unechte Brüche um.

a) $\frac{\frac{8}{11}}{\frac{1}{2}}$

b) $\frac{\frac{5}{8}}{\frac{10}{12}}$

c) $\frac{7\frac{1}{2}}{3\frac{4}{7}}$

d) $\frac{2\frac{7}{10}}{4\frac{1}{2}}$

2.13 Rechengesetze und Berechnung einfacher Terme

WAS DU SCHON KÖNNEN MUSST

- ▷ Grundrechenarten für Bruchzahlen anwenden
- ▷ Wissen, dass das Vertauschungsgesetz (Kommutativgesetz) für + (und für ·) gilt
- ▷ Wissen, dass das Verbindungsgesetz (Assoziativgesetz) auch für + (und für ·) gilt
- ▷ Das Verteilungsgesetz (Distributivgesetz) kennen
- ▷ Reihenfolge der Berechnung kennen: Punkt- vor Strichrechnung (Klammer zuerst); wenn sich keine bekannte Regel anwenden lässt, dann von links nach rechts rechnen
- ▷ Terme aufstellen und dafür notwendige Begriffe (Summe, Differenz, Produkt, Quotient, ...) kennen

DARUM GEHT ES

In diesem Kapitel werden die Grundrechenarten miteinander verbunden. Es kommt auf die Reihenfolge der Berechnung an. Die oben angegebenen Rechengesetze für die natürlichen Zahlen gelten auch für die Bruchrechnung.

DAS MUSST DU WISSEN

So rechnest du ...

... mit mehreren miteinander verknüpften Bruchzahlen:

Für alle Aufgaben gilt: Rechne schrittweise untereinander, schreibe auch das auf, was du noch nicht berechnet (bzw. umgewandelt) hast.

Beispiel:

$$\begin{aligned}
 & 5\frac{1}{4} \cdot 3\frac{1}{6} - \left(2\frac{1}{9} + 4\frac{1}{6}\right) && \text{Es gilt: „Punkt vor Strich, Klammer zuerst!“ Die} \\
 & = \frac{21}{4} \cdot \frac{19}{6} - \left(\frac{19}{9} + \frac{25}{6}\right) && \text{„Punktrechnung“ wird auch schon vorbereitet.} \\
 & = \frac{7}{4} \cdot \frac{19}{2} - \left(\frac{38}{18} + \frac{75}{18}\right) && \text{Vor dem Multiplizieren kürzen, zum Addieren} \\
 & = \frac{133}{8} - \frac{113}{18} && \text{Hauptnenner bilden} \\
 & = \frac{1197}{72} - \frac{452}{72} && \text{„paralleles Rechnen“ Multiplikation/Klammer} \\
 & = \frac{745}{72} = 10\frac{25}{72} && \text{Zum Subtrahieren Hauptnenner bilden} \\
 & && \text{Zum Schluss: in eine gemischte Zahl verwandeln}
 \end{aligned}$$

TIPPS UND INFOS**Merkregel „KlaPoPuStri“**

Reihenfolge der Berechnung:

Erst **Klammer** rechnen, dann: **P**otenzrechnung, **P**unktrechnung, **S**trichrechnung! Bei gleichartiger Rechnung rechne von links nach rechts!

1 Berechne und denke an die Rechenregel „Punkt vor Strich“.

$$\text{a) } 11\frac{1}{5} - 3\frac{1}{2} \cdot 2\frac{3}{7} \qquad \text{b) } \frac{7}{15} + 4\frac{1}{5} : 6\frac{2}{3} \qquad \text{c) } \frac{12}{25} : \frac{4}{15} - \frac{3}{10}$$

2 Berechne. Bei mehreren Klammern rechnest du zuerst die „innere“ Klammer aus.

$$\begin{aligned}
 \text{a) } & 4\frac{1}{4} : \left(5\frac{1}{4} + 3\frac{1}{4}\right) && \text{b) } 1\frac{11}{24} \cdot \left(7\frac{29}{45} - 7\frac{7}{15}\right) \\
 \text{c) } & \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{5}{8}\right) : 2\frac{8}{15} && \text{d) } 7\frac{7}{12} + \left(8\frac{13}{15} - 2\frac{11}{12}\right) \cdot \frac{10}{17} \\
 \text{e) } & \left(\frac{2}{3} + 2\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5}\right) : \left(15\frac{1}{2} - 3\frac{1}{10}\right) && \text{f) } \left[4\frac{1}{2} - \left(1\frac{3}{4} + 2\frac{3}{5}\right)\right] : \frac{9}{25}
 \end{aligned}$$

2.13 Rechengesetze und Berechnung einfacher Terme

3 Stelle den Term auf und berechne dann.

- a) Multipliziere die Summe aus $\frac{5}{9}$ und $\frac{5}{6}$ mit $3\frac{3}{5}$.
- b) Dividiere das Produkt von $4\frac{2}{5}$ und $3\frac{3}{4}$ durch $8\frac{4}{5}$.
- c) Dividiere 10 durch die Differenz aus $4\frac{1}{2}$ und $3\frac{1}{3}$.

4 Berechne die Doppelbrüche. Schreibe für den großen Bruchstrich „geteilt durch“. Denke daran, dass du dann Klammern setzen musst.

BEISPIEL

$$\begin{aligned}\frac{\frac{3}{4} + \frac{5}{7}}{\frac{4}{7} - \frac{1}{3}} &= \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{7}\right) : \left(\frac{4}{7} - \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{21}{28} + \frac{20}{28}\right) : \left(\frac{12}{21} - \frac{7}{21}\right) \\ &= \frac{41}{28} : \frac{5}{21} = \frac{41}{28} \cdot \frac{21}{5} = \frac{41}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{123}{20} = 6\frac{3}{20}\end{aligned}$$

a) $\frac{\frac{2}{5} + \frac{3}{8}}{\frac{9}{10} - \frac{3}{5}}$

b) $\frac{4\frac{7}{8} + 1\frac{1}{6}}{3\frac{5}{8} - \frac{7}{12} \cdot 1\frac{1}{7}}$

5 Berechne jede Aufgabe auf 2 Arten.

BEISPIEL

1. $(50 + 4) \cdot 3 = 50 \cdot 3 + 4 \cdot 3 = 150 + 12 = 162$

2. $(50 + 4) \cdot 3 = 54 \cdot 3 = 162$

a) $\left(2\frac{1}{2} + 2\frac{2}{5}\right) \cdot \frac{5}{7}$

b) $\frac{4}{5} \cdot \left(\frac{15}{16} - \frac{3}{4}\right)$

c) $\left(\frac{3}{5} + 3\frac{1}{4}\right) : \frac{3}{8}$

2.14 Sachaufgaben zur Bruchrechnung

WAS DU SCHON KÖNNEN MUSST

- ▷ Geübter Umgang mit allen Rechenarten zur Bruchrechnung
- ▷ Mit den Begriffen „Anteil“, „Bruchteil“, „Ganzes“ umgehen
- ▷ Beim Lösen von Sachaufgaben: Rechenplan erstellen

DARUM GEHT ES

Eine Textaufgabe muss zunächst verstanden werden. Dafür **unterstreichst du die wichtigen Informationen** im Text und **machst dir**, wenn nötig, **eine Skizze**. Danach **zerlegst** du ihre Bestandteile **in Teilprobleme** und **erstellst** dir **einen Rechenplan**, den du dann **durchführst**. Zum Schluss formulierst du die **Antwort**. Diese Strategie gilt übrigens für alle Textaufgaben, nicht nur für die aus dem Bereich der Bruchrechnung.

BEISPIEL

Lösen einer Textaufgabe

Arbeite zunächst das folgende Beispiel durch.

In der Klasse 6c sind 30 Schülerinnen und Schüler. Bei einem Spiel wird die Klasse in drei Spielgruppen eingeteilt. In der ersten Gruppe sind $\frac{1}{3}$ der Schüler der Klasse, in der zweiten Gruppe $\frac{2}{5}$ und die übrigen Schüler bilden die dritte Gruppe. Wie viele Schüler sind in den einzelnen Gruppen?

1. Verstehen der Aufgabe

a) Was ist gegeben?

30 Schüler (Ganzes); $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$ Anteile der Gruppen 1 und 2

b) Was ist gesucht? Anteil Gruppe 3, Bruchteile Gruppen 1 bis 3

2. Zerlegen in Teilprobleme

a) Berechnen des Anteils der dritten Gruppe.

b) Berechnen der Bruchteile der einzelnen Gruppen bezogen auf das Ganze.

3. Rechnung durchführen

$$\text{Anteil Gruppe 3: } 1 - \frac{1}{3} - \frac{2}{5} = \frac{15}{15} - \frac{5}{15} - \frac{6}{15} = \frac{4}{15}$$

Bruchteile der Gruppen:

$$1.) 30 \cdot \frac{1}{3} = 10 \quad 2.) 30 \cdot \frac{2}{5} = 12 \quad 3.) 30 \cdot \frac{4}{15} = 8$$

$$\text{Probe: } 10 + 12 + 8 = 30$$

4. Antwort formulieren: In der ersten Gruppe sind 10, in der zweiten 12 und in der dritten Gruppe sind 8 Schüler.

- 1 Die Erdoberfläche ist ca. 510 Mio. km² groß. $\frac{3}{10}$ der Erdoberfläche sind Land, der Rest ist mit Wasser bedeckt.**

Berechne die Landfläche und die Wasserfläche in km².

- 2 Katrin geht einkaufen.**

Im Portemonnaie hat sie 12,50 €. Sie soll 200 g Käse, $\frac{3}{4}$ kg Brot und $1\frac{1}{4}$ kg Weintrauben kaufen. 1 kg Käse kostet 9,50 €, 1 kg Brot 2,80 € und 1 kg Weintrauben 4,80 €. Kommt sie mit ihrem Geld aus?

- 3 Daniel und Thomas sollen die Getränke für die Klassenparty der 6a einkaufen.**

Sie überlegen, in welchen Kisten das meiste Sprudelwasser ist.

Kiste 1: 20 Flaschen mit je $\frac{1}{2}$ l Kiste 2: 24 Flaschen mit je $\frac{1}{3}$ l

Kiste 3: 12 Flaschen mit je $\frac{3}{4}$ l Kiste 4: 6 Flaschen mit je $1\frac{1}{2}$ l

- 4 Ein Flugzeug soll eine Gewitterfront überfliegen und seine Flughöhe um $\frac{2}{9}$, das sind 1200 m, erhöhen.**

Ermittle die Höhe, die das Flugzeug beim Überfliegen der Gewitterfront hat.

- 5 Höhe des Leuchtturmes**

$\frac{1}{5}$ der Gesamthöhe eines Leuchtturmes befindet sich unter dem Meeresboden (Fundamente). $\frac{1}{3}$ befindet sich im Wasser (d. h. zwischen Meeresboden und Wasseroberfläche). $\frac{7}{15}$, das sind 35 m, ragen über das Wasser hinaus. Gib die Gesamthöhe des Leuchtturmes an.

Tipp: Bei dieser Aufgabe hilft dir eine Skizze!

Test

- 1** Zeichne jeweils ein Rechteck (4 Kästchen breit, 8 Kästchen lang) und kennzeichne folgende Bruchteile farbige. | 6 |
- a) $\frac{1}{16}$ b) $\frac{3}{8}$ c) $\frac{1}{2}$
- 2** Zeichne einen Zahlenstrahl (13 cm lang, 6 cm für eine Einheit) und trage die folgenden Bruchzahlen ein. | 5 |
- a) $\frac{2}{6}$ b) $\frac{5}{12}$ c) $\frac{3}{2}$ d) $1\frac{5}{24}$
- 3** Fülle die Lücken. | 3 |
- a) $\frac{3}{4} = \frac{\square}{16} = \frac{6}{\square} = \frac{36}{\square}$
- b) $\frac{5}{12} = \frac{30}{\square} = \frac{\square}{36} = \frac{75}{\square}$
- 4** Ordne der Größe nach. Beginne mit der kleinsten Zahl. | 8 |
- a) $\frac{5}{8}; \frac{5}{11}; \frac{5}{5}; \frac{5}{9}; \frac{5}{14}$
- b) $\frac{5}{20}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{1}{2}; \frac{3}{10}$
- 5** Wie viel sind ... | 6 |
- a) $\frac{4}{5}$ von 50 kg; b) $\frac{3}{20}$ von 1 m; c) $\frac{7}{12}$ von 3 d (Tage)?
- 6** Berechne. | 9 |
- a) Welcher Anteil sind 40 € von 48 €?
- b) Welcher Anteil sind 42 kg von 54 kg?
- c) 24 m^2 sind $\frac{3}{10}$ der Fläche.

7 Schreibe als gemischte Zahl bzw. als unechten Bruch. | 4 |

a) $\frac{34}{15}$

b) $\frac{17}{3}$

c) $2\frac{1}{6}$

d) $5\frac{3}{4}$

8 Berechne. Kürze das Ergebnis so weit wie möglich. Schreibe, wenn nötig, als gemischte Zahl. | 15 |

a) $\frac{2}{5} + \frac{1}{6}$

b) $\frac{8}{9} - \frac{5}{6}$

c) $\frac{19}{24} - \frac{11}{30}$

d) $\frac{11}{30} + \frac{11}{150} + \frac{4}{25}$

e) $9\frac{3}{8} - 2\frac{3}{5}$

9 Berechne. Kürze möglichst frühzeitig. | 13 |

a) $\frac{12}{35} \cdot \frac{25}{42}$

b) $\frac{2}{5} \cdot 4$

c) $6\frac{6}{7} \cdot 2\frac{11}{20}$

d) $\frac{12}{7} \cdot \frac{16}{45} \cdot \frac{21}{36} \cdot \frac{9}{8}$

e) $\frac{6}{7} : 9$

f) $\frac{14}{15} : \frac{7}{10}$

10 Berechne. Beachte die Rechenregeln. | 10 |

a) $\frac{16}{15} \cdot \frac{8}{5} - \frac{3}{8} + \frac{15}{4} \cdot \frac{2}{5}$

b) $\left(1\frac{3}{5} + 2\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5}\right) : \left(2 - \frac{2}{7}\right)$

11 Von den 660 Mitgliedern eines Sportvereins betreiben $\frac{3}{4}$ aktiv Sport.

$\frac{4}{5}$ davon spielen Fußball. In der Fußballabteilung sind $\frac{1}{12}$ Mädchen. | 6 |

a) Bestimme den Bruchteil der Vereinsmitglieder, der Fußball spielt.

b) Gib an, wie viele Mädchen in diesem Verein Fußball spielen.

|| 85 ||

Wie viele Punkte hast du? Erreichst du mehr als 67 Punkte, beherrschst du den Inhalt des Kapitels wirklich gut. Erreichst du weniger als 34 Punkte, dann solltest du dieses Kapitel wiederholen.