9. Klasse • Mathematik

DUDEN

WISSEN • ÜBEN • TESTEN

Mathematik

9. KLASSE

So lernst du mit diesem Buch:

Wissen

Hier wiederholst du Schritt für Schritt, was du zu jedem Lernthema wissen musst, um richtig vorbereitet zu sein.

In der linken Spalte: Regeln und Arbeitsanleitungen

In der rechten Spalte: Beispiele und Veranschaulichungen

Üben

Hier wendest du das Gelernte auf typische Übungsaufgaben an.

Damit du deinen Lernfortschritt selbst überwachen kannst, gibt es verschiedene Schwierigkeitsstufen:

* Übungen zum Wiederholen des Lernstoffs

** Übungen zu Standardaufgaben und für die nötige Sicherheit vor der Klassenarbeit

*** Übungen zu besonderen und anspruchsvolleren Problemen

Wissen+ Diese Kästen geben dir zusätzliche Informationen, Tipps und Hinweise für das Bearbeiten der Übungen.

Testen

Hier testest du dein Wissen mit vermischten und übergreifenden Aufgaben eines Kapitels.

Klassenarbeit Alle Lernthemen eines Kapitels werden wie in einer echten Klassenarbeit abgefragt.

45 Minuten — Die Minutenangabe sagt dir, wie viel Zeit du für die Bearbeitung einer Klassenarbeit hast.

DUDEN

WISSEN • ÜBEN • TESTEN

Mathematik

9. KLASSE

5., aktualisierte Auflage

Dudenverlag
Berlin

Bildnachweis:
S. 41: GOLFX/Shutterstock.com; S. 47: Tobias Arhelger / Shutterstock.com;
S. 128: Andrey Lobachev / Shutterstock.com

Redaktionelle Leitung Juliane von Laffert
Redaktion Ulrike Klein
Autoren und Autorinnen Michael Bornemann, Karin Hantschel, Lutz Schreiner

Herstellung Ditte Hoffmann
Layoutidee Lilli Messina, Berlin
Illustration Carmen Strzelecki
Grafik pro.grafik, Ostfildern
Umschlaggestaltung 2issue, München
Umschlagabbildung Thomas Gilke
Layout / technische Umsetzung LemmeDESIGN, Berlin

www.duden.de
www.cornelsen.de

5. Auflage, 1. Druck 2023

Druck: H. Heenemann, Berlin

ISBN 978-3-411-72575-5

PEFC
PEFC/04-31-1156

PEFC zertifiziert
Dieses Produkt stammt aus nachhaltig bewirtschafteten Wäldern und kontrollierten Quellen.

www.pefc.de

Inhalt

Inhalt

1 Reelle Zahlen

1.1 Irrationale Zahlen

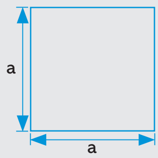
Quadrieren ist das Multiplizieren einer Zahl a mit sich selbst: $a \cdot a = a^2$.

$5 \cdot 5 = 5^2 = 25$
$(-2) \cdot (-2) = (-2)^2 = 4$
$0 \cdot 0 = 0^2 = 0$

Es gilt stets: $a^2 \geq 0$.

Ein Quadrat mit der Seitenlänge a hat den Flächeninhalt $A = a^2$.

Quadrieren funktioniert immer!
Du kannst zu jeder rationalen Zahl a eine rationale Zahl a^2 finden.



$A = a \cdot a = a^2$

Die **Quadratwurzel** (kurz: **Wurzel)** aus einer nicht negativen Zahl a ist diejenige nicht negative Zahl c, die quadriert die Ausgangszahl a ergibt: $c^2 = a$.
Die Wurzel ist als nicht negative Zahl definiert. Es ist also $\sqrt{a^2} = a$, nicht $-a$, obwohl $(-a) \cdot (-a) = a^2$.

$\sqrt{9} = 3$; da $3^2 = 9$; $a = 9$; $c = 3$
$\sqrt{1{,}44} = 1{,}2$;
da $1{,}2^2 = 1{,}44$; $a = 1{,}44$; $c = 1{,}2$

$\sqrt{25} = 5$. -5 ist keine Wurzel aus 25, auch wenn $(-5) \cdot (-5) = 25$.

Merke: $\sqrt{0} = 0$; da $0^2 = 0$

Für alle $a \geq 0$ gilt: $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$.

$\left(\sqrt{11}\right)^2 = 11$

Der Ausdruck unter dem Wurzelzeichen heißt **Radikand.**

$\sqrt{1{,}44}$: Der Radikand ist die Zahl 1,44.

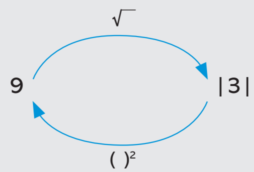
Merke: Da das Produkt zweier negativer Zahlen positiv ist, kann man aus negativen Zahlen keine Wurzel ziehen.

$(-4) \cdot (-4) = 16$ und $4 \cdot 4 = 16$
$\sqrt{-16}$ ist nicht definiert.

Ist a eine beliebige rationale Zahl, dann gilt: $\sqrt{a^2} = |a|$.

$|3| = 3$; $|-3| = 3$ $\quad \sqrt{3^2} = |3| = 3$
$\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$

Quadrieren und **Wurzelziehen** sind zueinander entgegengesetzte (inverse) Rechenoperationen.
Beim Wurzelziehen wird zu einer Zahl a die Zahl x bestimmt, die mit sich selbst multipliziert a ergibt.



$\sqrt{4} = 2$; $\sqrt{0{,}5184} = 0{,}72$

Du kennst bereits einfache quadratische Gleichungen der Form $x^2 = a$.

$x^2 = 4$; dann gilt: $x = 2$ oder $x = -2$;
$x^2 = 9$; dann gilt: $x = 3$ oder $x = -3$

Wissen

1 Reelle Zahlen

Wurzelziehen führt zu irrationalen Zahlen.
Es gibt viele Gleichungen der Form $x^2 = a$, die *keine rationale Zahl* als Lösung für x haben.
Die Lösung solcher Gleichungen lässt sich nicht als Bruch darstellen.

Du erinnerst dich: **Rationale Zahlen** können entweder als

- abbrechende Dezimalzahlen oder als
- nicht abbrechende, periodische Dezimalzahlen dargestellt werden.

Merke: Jede rationale Zahl lässt sich als Bruch schreiben.

$x^2 = 2$ hat keine rationale Zahl als Lösung.
Beweis: $\sqrt{2}$ lässt sich nicht als Bruch darstellen, denn:
Angenommen, man könnte $\sqrt{2}$ als vollständig gekürzten Bruch darstellen, dann gälte $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ und damit $2 = \frac{p^2}{q^2}$,
d. h., $\frac{p \cdot p}{q \cdot q}$ müsste kürzbar sein und $\frac{p}{q}$ müsste ebenfalls kürzbar sein, was der Annahme widerspricht, dass der Bruch bereits vollständig gekürzt ist.

Irrationale Zahlen sind **nicht abbrechende** und **nicht periodische Dezimalzahlen.**

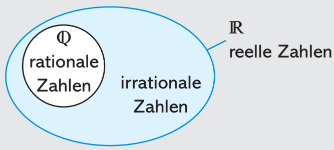
Merke: Irrationale Zahlen lassen sich nicht als Bruch darstellen. Durch Dezimalzahlen werden sie näherungsweise angegeben.
Die Wurzel einer rationalen Zahl ist meistens eine **irrationale Zahl.**

Kreiszahl $\pi = 3{,}141\,592\,6\ldots$

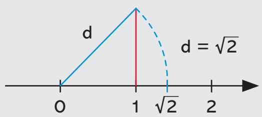
Näherung der Kreiszahl $\pi \rightarrow \pi \approx 3{,}142$

Näherung von $\sqrt{2} \rightarrow \sqrt{2} \approx 1{,}414\,214$
$\sqrt{2} = 1{,}414\,213\,562\ldots$

Die rationalen Zahlen und die irrationalen Zahlen bilden zusammen die Menge $\mathbb{R}$ der **reellen Zahlen.**



Darstellung reeller Zahlen



Zwischen zwei beliebigen rationalen Zahlen liegen unendlich viele weitere rationale Zahlen.
Man sagt: **Die rationalen Zahlen liegen dicht.**

Auf der Zahlengeraden ist aber trotzdem für jede irrationale Zahl noch eine bestimmte Stelle frei.

Merke: Jede reelle Zahl lässt sich auf der Zahlengeraden darstellen.

Die Stelle von $\sqrt{2}$ auf der Zahlengeraden findest du, indem du an der Stelle 1 eine senkrechte Strecke der Länge 1 errichtest und deren Endpunkt mit dem Nullpunkt verbindest.
Diese Strecke d hat nach dem Satz des Pythagoras die Länge $\sqrt{2}$, denn nach dem Satz des Pythagoras (↗ Kap. 6) gilt:
$1^2 + 1^2 = d^2$, also $d = \sqrt{2}$.
Trage die Strecke mit dem Zirkel auf der Zahlengeraden ab.

Berechne in deinem Übungsheft.

a) 2^2 b) $(\sqrt{27})^2$ c) $(-9)^2$ d) $0{,}04^2$ e) $\sqrt{(-4)^2}$ f) $(-0{,}75)^2$

Handelt es sich um eine rationale oder um eine irrationale Zahl?

	$3{,}451$	0	$-\sqrt{12}$	$0{,}31\overline{471}$	$\sqrt{256}$	$-2{,}3$	$\sqrt{0}$	$\sqrt{25}$	$\sqrt{24}$
rational	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
irrational	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Wissen+

Intervallschachtelung – Bestimmung einer Näherung für $\sqrt{2}$
Mithilfe von immer engeren Intervallen, in denen $\sqrt{2}$ liegt, kann $\sqrt{2}$ beliebig genau angenähert werden. Dieses Verfahren heißt Intervallschachtelung.

1. Schritt: Suche ein Intervall, in dem $\sqrt{2}$ liegt.

$$\left.\begin{array}{l}\text{Es ist } 1^2 = 1 \leq 2\\ \text{und } 2^2 = 4 \geq 2\end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{l}\sqrt{2} \text{ liegt im Intervall } [1;\ 2],\\ \text{denn } 1^2 \leq 2 \leq 2^2\end{array} \longrightarrow \begin{array}{l}1 \leq \sqrt{2} \leq 2\\ \text{Intervalllänge: } 2 - 1 = 1\end{array}$$

2. Schritt: Suche ein kürzeres Intervall, das im Intervall [1; 2] liegt.

$$\left.\begin{array}{l}1{,}1^2 = 1{,}21 \leq 2\\ 1{,}2^2 = 1{,}44 \leq 2\\ 1{,}3^2 = 1{,}69 \leq 2\\ 1{,}4^2 = 1{,}96 \leq 2\\ 1{,}5^2 = 2{,}25 \geq 2\end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{l}\sqrt{2} \text{ liegt im Intervall } [1{,}4;\ 1{,}5],\\ \text{denn } 1{,}4^2 \leq 2 \leq 1{,}5^2\end{array} \rightarrow \begin{array}{l}1{,}4 \leq \sqrt{2} \leq 1{,}5\\ \text{Intervalllänge:}\\ 1{,}5 - 1{,}4 = 0{,}1\end{array}$$

Mit jedem weiteren Schritt wird die Intervalllänge verkleinert und eine immer genauere Näherung für $\sqrt{2}$ gefunden.

Führe den dritten Schritt der Intervallschachtelung von $\sqrt{2}$ durch, indem du vom gefundenen Intervall [1,4; 1,5] (↗Kasten) ausgehst.

Überprüfe, ob es sich um eine Intervallschachtelung handeln kann.

a)	b)	c)	d)
[1; 2]	[0; 1]	[4; 5]	[2; 3]
[1; 2,1]	[0; 0,1]	[4,1; 5,1]	[2,2; 2,75]
[1; 2,11]	[0; 0,01]	[4,11; 5,11]	[2,3; 2,6]
[1; 2,111] …	[0; 0,001] …	[4,111; 5,111] …	[2,35; 2,55] …

Führe eine Intervallschachtelung für $\sqrt{7}$ bis zur Intervalllänge 0,01 durch.

1 Reelle Zahlen

1.2 Potenzgesetze

Das **Potenzieren** einer Zahl a ist das n-fache Multiplizieren der Zahl a mit sich selbst.
a^n heißt **Potenz,** a **Basis** und n heißt **Exponent:**

$a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a = a^n$ ← Exponent (↑ Basis)

$5^6 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 15625$

$\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \left(\frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right) = \frac{27}{64}$

$(a \in \mathbb{R};\ a \neq 0;\ n \in \mathbb{N};\ n \geq 1)$

Für alle $a \neq 0$ gilt: $a^0 = 1$ und $a^1 = a$.
Der Ausdruck 0^0 ist nicht definiert.

$5^0 = 1 \qquad 0{,}5^0 = 1 \qquad \left(\frac{3}{4}\right)^0 = 1$

$5^1 = 5 \qquad 0{,}5^1 = 0{,}5 \qquad \left(\frac{3}{4}\right)^1 = \frac{3}{4}$

Für **negative Exponenten** gelten die folgenden Schreibweisen:

$a^{-1} = \frac{1}{a};\ a^{-2} = \frac{1}{a^2};\ a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$12^{-1} = \frac{1}{12} \qquad 0{,}5^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

$3^{-4} = \frac{1}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{1}{81}$

Für **Potenzen mit negativer Basis** gilt:

$$(-a)^n = \begin{cases} a^n, & \text{wenn } n \text{ gerade ist,} \\ -a^n, & \text{wenn } n \text{ ungerade ist.} \end{cases}$$

$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16 = 2^4$
$(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$
$= -32 = -2^5$

Potenzgesetze

Sind $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\};\ m, n \in \mathbb{Z}$, so gilt:

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- $a^m : a^n = a^{m-n}$
- $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
- $a^n : b^n = (a : b)^n$ oder $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
- $(a^m)^n = a^{m \cdot n} = (a^n)^m$

$2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32$
$3^7 : 3^5 = 3^{7-5} = 3^2 = 9$
$2^4 \cdot 3^4 = (2 \cdot 3)^4 = 6^4 = 1\,296$
$6^3 : 2^3 = (6 : 2)^3 = 3^3 = 27$
$(7^2)^3 = 7^{2 \cdot 3} = 7^6 = (7^3)^2 = 117\,649$

Merke: Potenzrechnung geht vor Punktrechnung!

6 (*) Fasse die Terme in deinem Übungsheft mithilfe der Potenzschreibweise zusammen.

a) $4xyxxyyx$ b) $-4x \cdot 5xz \cdot (-2xy)$ c) $-16 \cdot a^2 \cdot 4ab^2 \cdot (-2)a$
d) $10 \cdot b^5 \cdot (-b)^3$ e) $12am^2 \cdot 13ma$ f) $4y^2z^3 \cdot 2v^2y \cdot (-4zv)$

7 (*) Berechne, indem du zunächst die Potenzgesetze anwendest.
Arbeite in deinem Übungsheft.

a) $0{,}25^7 \cdot 4^7$ b) $(2^2)^3$ c) $2{,}67^0 \cdot (-1{,}24)^0$ d) $\frac{3^4}{6^4}$

Wissen+

Rationale Exponenten

Die Potenzgesetze gelten auch für Potenzen mit rationalen Exponenten:

- $a^{\frac{m}{n}} \cdot a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{m}{n} + \frac{p}{q}}$ $\quad 2^{\frac{5}{6}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{5}{6} + \frac{2}{3}} = 2^{\frac{9}{6}}$
- $a^{\frac{m}{n}} : a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{m}{n} - \frac{p}{q}}$ $\quad 2^{\frac{5}{6}} : 2^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{5}{6} - \frac{2}{3}} = 2^{\frac{1}{6}}$
- $a^{\frac{m}{n}} \cdot b^{\frac{m}{n}} = (a \cdot b)^{\frac{m}{n}}$ $\quad 3^{\frac{3}{4}} \cdot 0{,}5^{\frac{3}{4}} = (3 \cdot 0{,}5)^{\frac{3}{4}} = 1{,}5^{\frac{3}{4}}$
- $a^{\frac{m}{n}} : b^{\frac{m}{n}} = (a : b)^{\frac{m}{n}}$ $\quad 3^{\frac{3}{4}} : 0{,}5^{\frac{3}{4}} = (3 : 0{,}5)^{\frac{3}{4}} = 6^{\frac{3}{4}}$
- $\left(a^{\frac{m}{n}}\right)^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{m}{n} \cdot \frac{p}{q}} = \left(a^{\frac{p}{q}}\right)^{\frac{m}{n}}$ $\quad \left(17^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{2}{3}} = 17^{\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3}} = \left(17^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{4}} = 17^{\frac{1}{2}}$

($a, b \in \mathbb{R}$; $a, b \geq 0$; $m, n \in \mathbb{N}$; $m, p \geq 1$; $n, q \geq 2$)

8 (**) Hier wurde mithilfe der Potenzgesetze umgeformt. Ergänze.

a) $(p - q)^2 \cdot$ ______ $= (p - q)^6$

b) ______ $: 30^{\frac{3}{4}} = 16^{\frac{3}{4}}$

c) ______ $\cdot\, a^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{8}{12}} = a^{\frac{2}{3}}$

d) $\left(2^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{4}{n^2}} =$ ______ $= \left(2^{\frac{4}{n^2}}\right)^{\frac{1}{n}} =$ ______

9 (***) Vereinfache die Terme in deinem Übungsheft mithilfe der Potenzgesetze.

a) $\left(2^{\frac{1}{2}} - 3^{\frac{1}{2}}\right)^2$ b) $(a + b)^{\frac{2}{3}} \cdot (a^2 + 2ab + b^2)^{\frac{2}{3}}$

c) $(x - 5y)^{\frac{1}{2}} \cdot (x + 5y)^{\frac{1}{2}}$ d) $(2a^2)^{\frac{1}{4}} \cdot (4ab^3)^{\frac{1}{4}} \cdot (2ab)^{\frac{1}{4}}$

1 Reelle Zahlen

1.3 Wurzeln und Wurzelterme

Die **n-te Wurzel** ($n \geq 2$) einer nicht negativen reellen Zahl a ist diejenige nicht negative Zahl c, die mit n potenziert a ergibt:
$c^n = a$. Man schreibt für c auch: $c = \sqrt[n]{a}$.

Beachte: Du kennst bereits die **Quadratwurzel:** Statt $\sqrt[2]{a}$ schreibt man kurz: $\sqrt{a}$.

Bei der Quadratwurzel schreibt man den Wurzelexponenten also nicht dazu.

Anmerkung: Wenn der Wurzelexponent n ungerade ist, ist die Berechnung dieser Wurzel aus einer negativen Zahl möglich: Da gilt $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$, kann man definieren: $\sqrt[3]{(-8)} = -2$. Diese Definition ist jedoch umstritten. Oft sagt man, dass Wurzeln aus negativen Zahlen nie definiert sind, auch nicht für ungerade Exponenten.

$2^3 = 8$; $\sqrt[3]{8} = 2$

$0{,}5^4 = 0{,}0625$; $\sqrt[4]{0{,}0625} = 0{,}5$

$10^5 = 100\,000$; $\sqrt[5]{100\,000} = 10$

$1^{17} = 1$; $\sqrt[17]{1} = 1$

$3^2 = 9$; $\sqrt[2]{9} = \sqrt{9} = 3$

Potenzen und Wurzeln

Man schreibt für $\underbrace{\sqrt[n]{a}}_{\text{Wurzelschreibweise}}$ auch $\underbrace{a^{\frac{1}{n}}}_{\text{Potenzschreibweise}}$.

Für die **Quadratwurzel** gilt: $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$.

$a^{\frac{1}{7}} = \sqrt[7]{a}$

$n = 2$ (Quadratwurzeln): $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$

$4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$

Entsprechend der Potenzgesetze gilt:

$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$

$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}$

$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$

$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$

$\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2{,}5} = \sqrt[3]{2 \cdot 2{,}5} = \sqrt[3]{5}$

$\sqrt[4]{8} : \sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{8 : 4} = \sqrt[4]{2}$

$\sqrt[4]{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[3]{\sqrt[4]{5}} = \sqrt[3 \cdot 4]{5} = \sqrt[12]{5}$

Rechnen mit Wurzeln: Du kannst

- *gleiche* Wurzeln bei Addition und Subtraktion zusammenfassen;
- das Distributivgesetz anwenden;
- die Quadratwurzel aus einem quadratischen Faktor des Radikanden ziehen;
- den Nenner durch Erweitern rational machen.

Merke: Du darfst bei Addition und Subtraktion nur gleiche Wurzeln zusammenfassen.

$3\sqrt{5} + 7\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$

$\sqrt{2} \cdot (\sqrt{3} + 5) = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{2} \cdot 5$
$= \sqrt{6} + 5 \cdot \sqrt{2}$

$\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 5 \cdot \sqrt{2}$

$\frac{3}{\sqrt{6}} = \frac{3 \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{3 \cdot \sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

$\sqrt{25} + \sqrt{4} = 5 + 2 = 7$, aber
$\sqrt{25 + 4} = \sqrt{29} = 5{,}3851\ldots$

* Forme in die Potenzschreibweise bzw. Wurzelschreibweise um. 10

a) $\sqrt{17}$ b) $x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{4}{5}}$ c) $(x + 5y)^{\frac{2}{7}}$ d) $(x + 5y)^{-\frac{2}{7}}$ e) $\sqrt[4]{(3 - d)^5}$ f) $\sqrt[3n]{b^{4m}}$

** Forme mithilfe der Wurzelgesetze um und berechne. Übung 11

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$ b) $\sqrt{\frac{9}{25}}$ c) $\sqrt{0{,}0004}$ d) $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}$

e) $(\sqrt{2})^6$ f) $\left(\sqrt[4]{2}\right)^8$ g) $\sqrt[3]{\sqrt[2]{15\,625}}$ h) $\sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[5]{2} \cdot \sqrt[5]{64}$

Wissen+

Wurzelterme

Ein Term heißt **Wurzelterm,** wenn der Radikand mindestens eine Variable enthält.
Da der Radikand stets größer oder gleich null sein muss, musst du auf die **Definitionsmenge** achten.

Rechnen mit Wurzeltermen

Du kannst
- gleiche Wurzeln bei Addition und Subtraktion zusammenfassen (1);
- das Distributivgesetz anwenden (2);
- die Quadratwurzel aus einem quadratischen Faktor des Radikanden ziehen (3);
- den Nenner durch Erweitern rational machen (4).

Wurzelterm: $\sqrt{x - 4}$
Wann ist der Radikand positiv oder null?
$x - 4 \geq 0$, also $x \geq 4$

Definitionsmenge: $D = \{x \mid x \geq 4\}$

(1) $2\sqrt{x} + 5\sqrt{x} - 3\sqrt{x} = 4\sqrt{x}$

(2) $\sqrt{x} \cdot (\sqrt{x} + 2) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} + \sqrt{x} \cdot 2$
$= x + 2 \cdot \sqrt{x}$

(3) $\sqrt{50x} = \sqrt{25 \cdot 2x} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2x}$
$= 5 \cdot \sqrt{2x}$

(4) $\frac{3}{\sqrt{x}} = \frac{3 \cdot \sqrt{x}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}} = \frac{3 \cdot \sqrt{x}}{x}$

** Gib die Definitionsmenge für die Wurzelterme an. Vereinfache die Wurzelterme, wenn dies möglich ist. 12

a) $\sqrt{6x - 2}$ b) $\left(\sqrt[3]{x - 1}\right)^9$ c) $\sqrt{x^2 + 1}$ d) $\sqrt{\frac{3}{8}x + \frac{5}{4}}$

** Vereinfache die Wurzelterme so weit wie möglich. 13

a) $\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)$ b) $(\sqrt{x} - 2\sqrt{y})^2$

Testen

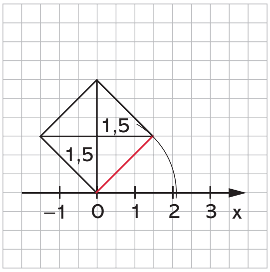
1 Reelle Zahlen

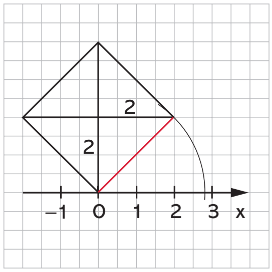
Klassenarbeit

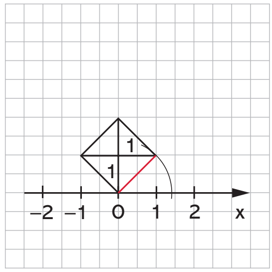
45 Minuten

Aufgabe 1

(*) Notiere, welche reelle Zahl jeweils dargestellt wird.

a)


b)


c)


2

(**) Forme mithilfe der Potenzgesetze um.

a) $\frac{4}{5}a^4b^{-2} \cdot \frac{5}{8}a^{-3}b^5 + 2{,}5ab^3$

b) $\left(\frac{5}{a-b}\right)^2$

c) $(a^2 - b^2)^{\frac{1}{2}} \cdot (a^2 + ab)^{-\frac{1}{2}}$

3

(**) Forme um. Nutze die Wurzelgesetze oder die Informationen im Abschnitt „Rechnen mit Wurzeln“ (↗Kap. 1.3).

a) $2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 7\sqrt{2}$

b) $\sqrt[3]{32} : \sqrt[3]{4}$

c) $\frac{1}{\sqrt[5]{81}} \cdot \frac{1}{\sqrt[5]{3}}$

Aufgabe 4

(**) Vereinfache die Wurzelterme. Gib jeweils die Definitionsmenge an.

a) $\sqrt[6]{x^5y^4z} \cdot \sqrt[6]{x^7y^3z^5}$

b) $\sqrt{\frac{1}{16}x^2 - \frac{1}{6}xy + \frac{1}{9}y^2}$

c) $\sqrt{1 - \sqrt{a}} \cdot \sqrt{1 + \sqrt{a}}$

d) $\sqrt[n]{\frac{a^{n+2}b^{n+2}}{a^2b^2}}$

5

(***) Nähere $\sqrt{5}$ in drei Schritten durch eine Intervallschachtelung.
Was passiert, wenn du bei der Schachtelung die Intervalle halbierst?
Führe drei Schritte aus.

Stichwortfinder

DUDEN

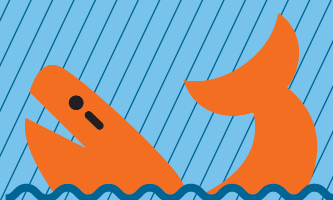
Erfolgreich am Gymnasium mit drei Lernbausteinen:

WISSEN
Hier findest du alle wichtigen Regeln mit passenden Beispielen zum Wiederholen und Schließen deiner Lernlücken.

ÜBEN
Abwechslungsreiche Übungsaufgaben in drei Schwierigkeitsstufen helfen dir beim individuellen Trainieren.

TESTEN
In mehreren Klassenarbeiten zu jedem Thema kannst du deinen Wissensstand und Lernerfolg kontrollieren.

Der komplette Lernstoff des Schuljahrs.
Berücksichtigt die aktuellen Bildungspläne der Bundesländer.



ISBN 978-3-411-72575-5
15 € (D) · 15,50 € (A)
9 783411 725755
www.duden.de