

WISSEN • ÜBEN • TESTEN

Mathematik

9. KLASSE



**Alles, was
du wissen
musst**

So lernst du mit diesem Buch:

Wissen

Hier wiederholst du Schritt für Schritt, was du zu jedem Lernthema wissen musst, um richtig vorbereitet zu sein.

In der linken Spalte: Regeln und Arbeitsanleitungen

In der rechten Spalte: Beispiele und Veranschaulichungen

Üben

Hier wendest du das Gelernte auf typische Übungsaufgaben an.

Damit du deinen Lernfortschritt selbst überwachen kannst, gibt es verschiedene Schwierigkeitsstufen:



Übungen zum Wiederholen des Lernstoffs



Übungen zu Standardaufgaben und für die nötige Sicherheit vor der Klassenarbeit



Übungen zu besonderen und anspruchsvolleren Problemen

Wissent⁺

Diese Kästen geben dir zusätzliche Informationen, Tipps und Hinweise für das Bearbeiten der Übungen.

Testen

Hier testest du dein Wissen mit vermischten und übergreifenden Aufgaben eines Kapitels.

Klassenarbeit

Alle Lernthemen eines Kapitels werden wie in einer echten Klassenarbeit abgefragt.



45 Minuten

Die Minutenangabe sagt dir, wie viel Zeit du für die Bearbeitung einer Klassenarbeit hast.

DUDEN

WISSEN • ÜBEN • TESTEN

Mathematik

9. KLASSE

5., aktualisierte Auflage

Dudenverlag
Berlin

Bildnachweis:

S. 41: GOLFX/Shutterstock.com; S. 47: Tobias Arhelger/Shutterstock.com;
S. 128: Andrey Lobachev/Shutterstock.com

Redaktionelle Leitung Juliane von Laffert

Redaktion Ulrike Klein

Autoren und Autorinnen Michael Bornemann, Karin Hantschel, Lutz Schreiner

Herstellung Ditte Hoffmann

Layoutidee Lilli Messina, Berlin

Illustration Carmen Strzelecki

Grafik pro.grafik, Ostfildern

Umschlaggestaltung 2issue, München

Umschlagabbildung Thomas Gilke

Layout/technische Umsetzung LemmeDESIGN, Berlin

www.duden.de

www.cornelsen.de

5. Auflage, 1. Druck 2023

© 2023 Cornelsen Verlag GmbH, Berlin

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages. Hinweis zu §§ 60 a, 60 b UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche Einwilligung an Schulen oder in Unterrichts- und Lehrmedien (§ 60 b Abs. 3 UrhG) vervielfältigt, insbesondere kopiert oder eingescannt, verbreitet oder in ein Netzwerk eingestellt oder sonst öffentlich zugänglich gemacht oder wiedergegeben werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen.

Das Wort **Duden** ist für den Cornelsen Verlag GmbH als Marke geschützt.

Druck: H. Heenemann, Berlin

ISBN 978-3-411-72575-5



PEFC zertifiziert
Dieses Produkt stammt aus nachhaltig
bewirtschafteten Wäldern und kontrollierten
Quellen.

www.pefc.de

1

Reelle Zahlen

- 1.1 Irrationale Zahlen ⇨ 5
- 1.2 Potenzgesetze ⇨ 8
- 1.3 Wurzeln und Wurzelterme ⇨ 10
- Klassenarbeit ⇨ 12

2

Lineare Gleichungssysteme (LGS)

- 2.1 Lineare Gleichungen ⇨ 13
- 2.2 LGS grafisch lösen ⇨ 16
- 2.3 LGS rechnerisch lösen ⇨ 19
- 2.4 LGS mit drei Variablen ⇨ 22
- 2.5 Lineare Ungleichungssysteme ⇨ 25
- Klassenarbeit 1-2 ⇨ 28

3

Quadratische Funktionen

- 3.1 Die quadratische Funktion ⇨ 31
- 3.2 Eigenschaften und Graphen quadratischer Funktionen ⇨ 33
- 3.3 Wurzelfunktionen als Umkehrfunktionen ⇨ 42
- Klassenarbeit 1-3 ⇨ 46

4

Quadratische Gleichungen

- 4.1 Rein quadratische Gleichungen ⇨ 52
- 4.2 Gemischt quadratische Gleichungen ⇨ 54
- 4.3 Bruchgleichungen und Wurzelgleichungen ⇨ 60
- 4.4 Quadratische Ungleichungen ⇨ 64
- Klassenarbeit 1-3 ⇨ 67

5

Strahlensätze und Ähnlichkeit

- 5.1 Streckenverhältnisse ⇨ 72
- 5.2 Strahlensätze ⇨ 74

Inhalt

- 5.3 Zentrische Streckung ⇨ 79
- 5.4 Ähnlichkeit ⇨ 83
- Klassenarbeit 1-3 ⇨ 86

Satzgruppe des Pythagoras

6

- 6.1 Satz des Pythagoras ⇨ 91
- 6.2 Kathetensatz und Höhensatz ⇨ 95
- 6.3 Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck ⇨ 99
- Klassenarbeit 1-3 ⇨ 101

Berechnungen am Kreis

7

- 7.1 Umfang und Fläche ⇨ 105
- 7.2 Kreisbogen und Sektor ⇨ 109
- Klassenarbeit 1-2 ⇨ 113

Raumgeometrie

8

- 8.1 Prisma und Zylinder ⇨ 116
- 8.2 Pyramide und Kegel ⇨ 119
- 8.3 Kugel ⇨ 121
- Klassenarbeit 1-2 ⇨ 125

Bedingte Wahrscheinlichkeiten

9

- 9.1 Mehrstufige Zufallsexperimente -
 Baumdiagramme ⇨ 128
- 9.2 Vierfeldertafeln ⇨ 132
- 9.3 Bedingte Wahrscheinlichkeiten ⇨ 136
- Klassenarbeit 1-2 ⇨ 140

- Lösungen ⇨ 143
- Stichwortfinder ⇨ 176

1 Reelle Zahlen

1.1 Irrationale Zahlen

Quadrieren ist das Multiplizieren einer Zahl a mit sich selbst: $a \cdot a = a^2$.

Es gilt stets: $a^2 \geq 0$.

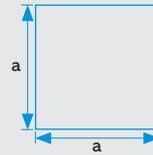
Quadrieren funktioniert immer!
Du kannst zu jeder rationalen Zahl a eine rationale Zahl a^2 finden.

$$5 \cdot 5 = 5^2 = 25$$

$$(-2) \cdot (-2) = (-2)^2 = 4$$

$$0 \cdot 0 = 0^2 = 0$$

Ein Quadrat mit der Seitenlänge a hat den Flächeninhalt $A = a^2$.



$$A = a \cdot a = a^2$$

Die **Quadratwurzel** (kurz: **Wurzel**) aus einer nicht negativen Zahl a ist diejenige nicht negative Zahl c , die quadriert die Ausgangszahl a ergibt: $c^2 = a$.

Die Wurzel ist als nicht negative Zahl definiert. Es ist also $\sqrt{a^2} = a$, nicht $-a$, obwohl $(-a) \cdot (-a) = a^2$.

Merke: $\sqrt{0} = 0$; da $0^2 = 0$

Für alle $a \geq 0$ gilt: $(\sqrt{a})^2 = a$.

Der Ausdruck unter dem Wurzelzeichen heißt **Radikand**.

Merke: Da das Produkt zweier negativer Zahlen positiv ist, kann man aus negativen Zahlen keine Wurzel ziehen.

$$\sqrt{9} = 3; \text{ da } 3^2 = 9; a = 9; c = 3$$

$$\sqrt{1,44} = 1,2;$$

$$\text{da } 1,2^2 = 1,44; a = 1,44; c = 1,2$$

$\sqrt{25} = 5$. -5 ist keine Wurzel aus 25, auch wenn $(-5) \cdot (-5) = 25$.

$$(\sqrt{11})^2 = 11$$

$\sqrt{1,44}$: Der Radikand ist die Zahl 1,44.

$(-4) \cdot (-4) = 16$ und $4 \cdot 4 = 16$
 $\sqrt{-16}$ ist nicht definiert.

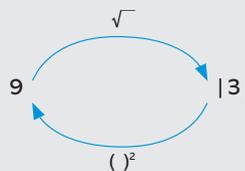
Ist a eine beliebige rationale Zahl, dann gilt: $\sqrt{a^2} = |a|$.

$$|3| = 3; |-3| = 3 \quad \sqrt{3^2} = |3| = 3$$

$$\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$$

Quadrieren und **Wurzelziehen** sind zueinander entgegengesetzte (inverse) Rechenoperationen.

Beim Wurzelziehen wird zu einer Zahl a die Zahl x bestimmt, die mit sich selbst multipliziert a ergibt.



$$\sqrt{4} = 2; \sqrt{0,5184} = 0,72$$

Du kennst bereits einfache quadratische Gleichungen der Form $x^2 = a$.

$x^2 = 4$; dann gilt: $x = 2$ oder $x = -2$;
 $x^2 = 9$; dann gilt: $x = 3$ oder $x = -3$

Wurzelziehen führt zu irrationalen Zahlen.

Es gibt viele Gleichungen der Form $x^2 = a$, die *keine rationale Zahl* als Lösung für x haben.

Die Lösung solcher Gleichungen lässt sich nicht als Bruch darstellen.

Du erinnerst dich: Rationale Zahlen

können entweder als

- abbrechende Dezimalzahlen oder als
- nicht abbrechende, periodische Dezimalzahlen dargestellt werden.

Merke: Jede rationale Zahl lässt sich als Bruch schreiben.

Irrationale Zahlen sind **nicht abbrechende** und **nicht periodische Dezimalzahlen**.

Merke: Irrationale Zahlen lassen sich nicht als Bruch darstellen. Durch Dezimalzahlen werden sie näherungsweise angegeben. Die Wurzel einer rationalen Zahl ist meistens eine **irrationale Zahl**.

Die rationalen Zahlen und die irrationalen Zahlen bilden zusammen die Menge \mathbb{R} der **reellen Zahlen**.

Darstellung reeller Zahlen

Zwischen zwei beliebigen rationalen Zahlen liegen unendlich viele weitere rationale Zahlen.

Man sagt: **Die rationalen Zahlen liegen dicht**.

Auf der Zahlengeraden ist aber trotzdem für jede irrationale Zahl noch eine bestimmte Stelle frei.

Merke: Jede reelle Zahl lässt sich auf der Zahlengeraden darstellen.

$x^2 = 2$ hat keine rationale Zahl als Lösung.

Beweis: $\sqrt{2}$ lässt sich nicht als Bruch darstellen, denn:

Angenommen, man könnte $\sqrt{2}$ als vollständig gekürzten Bruch darstellen, dann gälte

$$\sqrt{2} = \frac{p}{q} \text{ und damit } 2 = \frac{p^2}{q^2},$$

d. h., $\frac{p}{q} \cdot \frac{p}{q}$ müsste kürzbar sein und

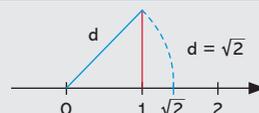
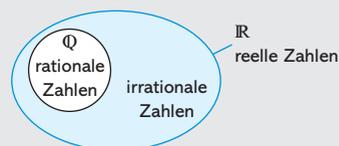
$\frac{p}{q}$ müsste ebenfalls kürzbar sein, was der

Annahme widerspricht, dass der Bruch bereits vollständig gekürzt ist.

Kreiszahl $\pi = 3,1415926\dots$

Näherung der Kreiszahl $\pi \rightarrow \pi \approx 3,142$

Näherung von $\sqrt{2} \rightarrow \sqrt{2} \approx 1,414214$
 $\sqrt{2} = 1,414213562\dots$



Die Stelle von $\sqrt{2}$ auf der Zahlengeraden findest du, indem du an der Stelle 1 eine senkrechte Strecke der Länge 1 errichst und deren Endpunkt mit dem Nullpunkt verbindest.

Diese Strecke d hat nach dem Satz des Pythagoras die Länge $\sqrt{2}$, denn nach dem Satz des Pythagoras (\nearrow Kap. 6) gilt:

$$1^2 + 1^2 = d^2, \text{ also } d = \sqrt{2}.$$

Trage die Strecke mit dem Zirkel auf der Zahlengeraden ab.

* Berechne in deinem Übungsheft.

a) 2^2 b) $(\sqrt{27})^2$ c) $(-9)^2$ d) $0,04^2$ e) $\sqrt{(-4)^2}$ f) $(-0,75)^2$

* Handelt es sich um eine rationale oder um eine irrationale Zahl?

	3,451	0	$-\sqrt{12}$	$0,31\overline{471}$	$\sqrt{256}$	-2,3	$\sqrt{0}$	$\sqrt{25}$	$\sqrt{24}$
rational	<input type="checkbox"/>								
irrational	<input type="checkbox"/>								

Wissen+

Intervallschachtelung – Bestimmung einer Näherung für $\sqrt{2}$

Mithilfe von immer engeren Intervallen, in denen $\sqrt{2}$ liegt, kann $\sqrt{2}$ beliebig genau angenähert werden. Dieses Verfahren heißt Intervallschachtelung.

1. Schritt: Suche ein Intervall, in dem $\sqrt{2}$ liegt.

Es ist $1^2 = 1 \leq 2$ und $2^2 = 4 \geq 2$ } $\sqrt{2}$ liegt im Intervall $[1; 2]$, denn $1^2 \leq 2 \leq 2^2$ $\rightarrow 1 \leq \sqrt{2} \leq 2$ Intervalllänge: $2 - 1 = 1$

2. Schritt: Suche ein kürzeres Intervall, das im Intervall $[1; 2]$ liegt.

$1,1^2 = 1,21 \leq 2$
 $1,2^2 = 1,44 \leq 2$
 $1,3^2 = 1,69 \leq 2$
 $1,4^2 = 1,96 \leq 2$
 $1,5^2 = 2,25 \geq 2$ } $\sqrt{2}$ liegt im Intervall $[1,4; 1,5]$, denn $1,4^2 \leq 2 \leq 1,5^2$ $\rightarrow 1,4 \leq \sqrt{2} \leq 1,5$ Intervalllänge: $1,5 - 1,4 = 0,1$

Mit jedem weiteren Schritt wird die Intervalllänge verkleinert und eine immer genauere Näherung für $\sqrt{2}$ gefunden.

** Führe den dritten Schritt der Intervallschachtelung von $\sqrt{2}$ durch, indem du vom gefundenen Intervall $[1,4; 1,5]$ (\nearrow Kasten) ausgehst.

** Überprüfe, ob es sich um eine Intervallschachtelung handeln kann.

a) $[1; 2]$	b) $[0; 1]$	c) $[4; 5]$	d) $[2; 3]$
$[1; 2,1]$	$[0; 0,1]$	$[4,1; 5,1]$	$[2,2; 2,75]$
$[1; 2,11]$	$[0; 0,01]$	$[4,11; 5,11]$	$[2,3; 2,6]$
$[1; 2,111] \dots$	$[0; 0,001] \dots$	$[4,111; 5,111] \dots$	$[2,35; 2,55] \dots$

*** Führe eine Intervallschachtelung für $\sqrt{7}$ bis zur Intervalllänge 0,01 durch.

1.2 Potenzgesetze

Das **Potenzieren** einer Zahl a ist das n -fache Multiplizieren der Zahl a mit sich selbst.

a^n heißt **Potenz**, a **Basis** und n heißt **Exponent**:

$$a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a = a^n$$

↑ Basis ← Exponent

$$(a \in \mathbb{R}; a \neq 0; n \in \mathbb{N}; n \geq 1)$$

Für alle $a \neq 0$ gilt: $a^0 = 1$ und $a^1 = a$.
Der Ausdruck 0^0 ist nicht definiert.

Für **negative Exponenten** gelten die folgenden Schreibweisen:

$$a^{-1} = \frac{1}{a}; a^{-2} = \frac{1}{a^2}; a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Für **Potenzen mit negativer Basis** gilt:

$$(-a)^n = \begin{cases} a^n, & \text{wenn } n \text{ gerade ist,} \\ -a^n, & \text{wenn } n \text{ ungerade ist.} \end{cases}$$

Potenzgesetze

Sind $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $m, n \in \mathbb{Z}$, so gilt:

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- $a^m : a^n = a^{m-n}$
- $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
- $a^n : b^n = (a : b)^n$ oder $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
- $(a^m)^n = a^{m \cdot n} = (a^n)^m$

Merke: Potenzrechnung geht vor Punkt-rechnung!

$$5^6 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 15\,625$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \left(\frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right) = \frac{27}{64}$$

$$5^0 = 1 \quad 0,5^0 = 1 \quad \left(\frac{3}{4}\right)^0 = 1$$

$$5^1 = 5 \quad 0,5^1 = 0,5 \quad \left(\frac{3}{4}\right)^1 = \frac{3}{4}$$

$$12^{-1} = \frac{1}{12} \quad 0,5^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

$$3^{-4} = \frac{1}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{1}{81}$$

$$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16 = 2^4$$

$$(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32 = -2^5$$

$$2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32$$

$$3^7 : 3^5 = 3^{7-5} = 3^2 = 9$$

$$2^4 \cdot 3^4 = (2 \cdot 3)^4 = 6^4 = 1\,296$$

$$6^3 : 2^3 = (6 : 2)^3 = 3^3 = 27$$

$$(7^2)^3 = 7^{2 \cdot 3} = 7^6 = (7^3)^2 = 117\,649$$

1 Reelle Zahlen



Fasse die Terme in deinem Übungsheft mithilfe der Potenzschreibweise zusammen.

- a) $4xyxyyx$ b) $-4x \cdot 5xz \cdot (-2xy)$ c) $-16 \cdot a^2 \cdot 4ab^2 \cdot (-2)a$
 d) $10 \cdot b^5 \cdot (-b)^3$ e) $12am^2 \cdot 13ma$ f) $4y^2z^3 \cdot 2v^2y \cdot (-4zv)$

6



Berechne, indem du zunächst die Potenzgesetze anwendest. Arbeite in deinem Übungsheft.

- a) $0,25^7 \cdot 4^7$ b) $(2^2)^3$ c) $2,67^0 \cdot (-1,24)^0$ d) $\frac{3^4}{6^4}$

7

Wissen+

Rationale Exponenten

Die Potenzgesetze gelten auch für Potenzen mit rationalen Exponenten:

- $a^m \cdot a^{\frac{p}{q}} = a^{m + \frac{p}{q}}$
- $a^m : a^{\frac{p}{q}} = a^{m - \frac{p}{q}}$
- $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$
- $a^m : b^m = (a : b)^m$
- $(a^{\frac{p}{q}})^n = a^{\frac{p}{q} \cdot n} = (a^{\frac{p}{q}})^{\frac{p}{q} \cdot n}$

($a, b \in \mathbb{R}$; $a, b \geq 0$; $m, n \in \mathbb{N}$; $m, p \geq 1$; $n, q \geq 2$)

$$2^{\frac{5}{6}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{5}{6} + \frac{2}{3}} = 2^{\frac{9}{6}}$$

$$2^{\frac{5}{6}} : 2^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{5}{6} - \frac{2}{3}} = 2^{\frac{1}{6}}$$

$$3^{\frac{3}{4}} \cdot 0,5^{\frac{3}{4}} = (3 \cdot 0,5)^{\frac{3}{4}} = 1,5^{\frac{3}{4}}$$

$$3^{\frac{3}{4}} : 0,5^{\frac{3}{4}} = (3 : 0,5)^{\frac{3}{4}} = 6^{\frac{3}{4}}$$

$$(17^{\frac{3}{4}})^{\frac{2}{3}} = 17^{\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3}} = (17^{\frac{2}{4}})^{\frac{3}{4}} = 17^{\frac{1}{2}}$$



Hier wurde mithilfe der Potenzgesetze umgeformt. Ergänze.

a) $(p - q)^2 \cdot \square = (p - q)^6$

b) $\square : 30^{\frac{3}{4}} = 16^{\frac{3}{4}}$

c) $\square \cdot a^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{8}{12}} = a^{\frac{2}{3}}$

d) $(2^{\frac{1}{n}})^{\frac{4}{n^2}} = \square = (2^{\frac{4}{n^2}})^{\frac{1}{n}} = \square$

Übung 8



Vereinfache die Terme in deinem Übungsheft mithilfe der Potenzgesetze.

a) $(2^{\frac{1}{2}} - 3^{\frac{1}{2}})^2$

b) $(a + b)^{\frac{2}{3}} \cdot (a^2 + 2ab + b^2)^{\frac{2}{3}}$

c) $(x - 5y)^{\frac{1}{2}} \cdot (x + 5y)^{\frac{1}{2}}$

d) $(2a^2)^{\frac{1}{4}} \cdot (4ab^3)^{\frac{1}{4}} \cdot (2ab)^{\frac{1}{4}}$

9

1.3 Wurzeln und Wurzelterme

Die **n-te Wurzel** ($n \geq 2$) einer nicht negativen reellen Zahl a ist diejenige nicht negative Zahl c , die mit n potenziert a ergibt:

$c^n = a$. Man schreibt für c auch: $c = \sqrt[n]{a}$.

Beachte: Du kennst bereits die **Quadratwurzel**: Statt $\sqrt[2]{a}$ schreibt man kurz: \sqrt{a} .

Bei der Quadratwurzel schreibt man den Wurzelexponenten also nicht dazu.

Anmerkung: Wenn der Wurzelexponent n ungerade ist, ist die Berechnung dieser Wurzel aus einer negativen Zahl möglich: Da gilt $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$, kann man definieren: $\sqrt[3]{-8} = -2$. Diese Definition ist jedoch umstritten. Oft sagt man, dass Wurzeln aus negativen Zahlen nie definiert sind, auch nicht für ungerade Exponenten.

$$2^3 = 8; \sqrt[3]{8} = 2$$

$$0,5^4 = 0,0625; \sqrt[4]{0,0625} = 0,5$$

$$10^5 = 100\,000; \sqrt[5]{100\,000} = 10$$

$$1^{17} = 1; \sqrt[17]{1} = 1$$

$$3^2 = 9; \sqrt{9} = \sqrt{9} = 3$$

Potenzen und Wurzeln

Man schreibt für $\sqrt[n]{a}$ auch $a^{\frac{1}{n}}$.

Wurzelschreibweise

Potenzschreibweise

$$a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$$

$$n = 2 \text{ (Quadratwurzel): } a^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$$

Für die **Quadratwurzel** gilt: $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$.

$$4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$$

Entsprechend der Potenzgesetze gilt:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}$$

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$$

$$\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2,5} = \sqrt[3]{2 \cdot 2,5} = \sqrt[3]{5}$$

$$\sqrt[4]{8} : \sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{8 : 4} = \sqrt[4]{2}$$

$$\sqrt[4]{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[3 \cdot 4]{5} = \sqrt[12]{5}$$

Rechnen mit Wurzeln: Du kannst

- **gleiche** Wurzeln bei Addition und Subtraktion zusammenfassen;
- das Distributivgesetz anwenden;
- die Quadratwurzel aus einem quadratischen Faktor des Radikanden ziehen;
- den Nenner durch Erweitern rational machen.

Merke: Du darfst bei Addition und Subtraktion nur gleiche Wurzeln zusammenfassen.

$$3\sqrt{5} + 7\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$$

$$\sqrt{2} \cdot (\sqrt{3} + 5) = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{2} \cdot 5 = \sqrt{6} + 5 \cdot \sqrt{2}$$

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 5 \cdot \sqrt{2}$$

$$\frac{3}{\sqrt{6}} = \frac{3 \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{3 \cdot \sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\sqrt{25} + \sqrt{4} = 5 + 2 = 7, \text{ aber}$$

$$\sqrt{25 + 4} = \sqrt{29} = 5,3851\dots$$

1 Reelle Zahlen

10

* Forme in die Potenzschreibweise bzw. Wurzelschreibweise um.

a) $\sqrt{17}$ b) $x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{4}{5}}$ c) $(x + 5y)^{\frac{2}{7}}$ d) $(x + 5y)^{-\frac{2}{7}}$ e) $\sqrt[4]{(3-d)^5}$ f) $\sqrt[3n]{b^{4m}}$

** Forme mithilfe der Wurzelgesetze um und berechne.

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$ b) $\sqrt{\frac{9}{25}}$ c) $\sqrt{0,0004}$ d) $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}$
 e) $(\sqrt{2})^6$ f) $(\sqrt[4]{2})^8$ g) $\sqrt[3]{\sqrt{15\,625}}$ h) $\sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[5]{2} \cdot \sqrt[5]{64}$

Übung 11

Wissen+

Wurzelterme

Ein Term heißt **Wurzelterm**, wenn der Radikand mindestens eine Variable enthält.

Da der Radikand stets größer oder gleich null sein muss, musst du auf die **Definitionsmenge** achten.

Rechnen mit Wurzeltermen

Du kannst

- gleiche Wurzeln bei Addition und Subtraktion zusammenfassen (1);
- das Distributivgesetz anwenden (2);
- die Quadratwurzel aus einem quadratischen Faktor des Radikanden ziehen (3);
- den Nenner durch Erweitern rational machen (4).

Wurzelterm: $\sqrt{x-4}$

Wann ist der Radikand positiv oder null?

$$x - 4 \geq 0, \text{ also } x \geq 4$$

Definitionsmenge: $D = \{x \mid x \geq 4\}$

$$(1) 2\sqrt{x} + 5\sqrt{x} - 3\sqrt{x} = 4\sqrt{x}$$

$$(2) \sqrt{x} \cdot (\sqrt{x} + 2) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} + \sqrt{x} \cdot 2 \\ = x + 2 \cdot \sqrt{x}$$

$$(3) \sqrt{50x} = \sqrt{25 \cdot 2x} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2x} \\ = 5 \cdot \sqrt{2x}$$

$$(4) \frac{3}{\sqrt{x}} = \frac{3 \cdot \sqrt{x}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}} = \frac{3 \cdot \sqrt{x}}{x}$$

** Gib die Definitionsmenge für die Wurzelterme an. Vereinfache die Wurzelterme, wenn dies möglich ist.

a) $\sqrt{6x-2}$ b) $(\sqrt[3]{x-1})^9$ c) $\sqrt{x^2+1}$ d) $\sqrt{\frac{3}{8}x + \frac{5}{4}}$

12

** Vereinfache die Wurzelterme so weit wie möglich.

a) $\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)$ b) $(\sqrt{x}-2\sqrt{y})^2$

13

Testen

1 Reelle Zahlen

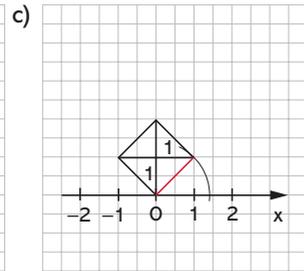
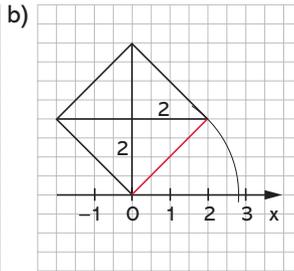
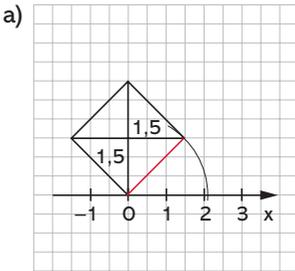
Klassenarbeit



45 Minuten

Aufgabe 1

* Notiere, welche reelle Zahl jeweils dargestellt wird.



2

** Forme mithilfe der Potenzgesetze um.

a) $\frac{4}{5}a^4b^{-2} \cdot \frac{5}{8}a^{-3}b^5 + 2,5ab^3$

b) $\left(\frac{5}{a-b}\right)^2$

c) $(a^2 - b^2)^{\frac{1}{2}} \cdot (a^2 + ab)^{-\frac{1}{2}}$

3

** Forme um. Nutze die Wurzelgesetze oder die Informationen im Abschnitt „Rechnen mit Wurzeln“ (Kap. 1.3).

a) $2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 7\sqrt{2}$

b) $\sqrt[3]{32} : \sqrt[3]{4}$

c) $\frac{1}{\sqrt[5]{81}} \cdot \frac{1}{\sqrt[5]{3}}$

Aufgabe 4

** Vereinfache die Wurzelterme. Gib jeweils die Definitionsmenge an.

a) $\sqrt[6]{x^5y^4z} \cdot \sqrt[6]{x^7y^3z^5}$

b) $\sqrt{\frac{1}{16}x^2 - \frac{1}{6}xy + \frac{1}{9}y^2}$

c) $\sqrt{1 - \sqrt{a}} \cdot \sqrt{1 + \sqrt{a}}$

d) $\sqrt[n]{\frac{a^{n+2}b^{n+2}}{a^2b^2}}$

5

*** Nähere $\sqrt{5}$ in drei Schritten durch eine Intervallschachtelung. Was passiert, wenn du bei der Schachtelung die Intervalle halbiert? Führe drei Schritte aus.

Stichwortfinder

- A** Additionsverfahren 19
Ähnlichkeitsabbildung 83
Äquivalenzumformung 13
Ausklammern 54
- B** Basis 8
Baumdiagramm 128
binomische Formeln 52, 54
Bruchgleichung 60
Bruchterm 60, 61
- D** Deckfläche 116
Definitionsmenge 11, 42, 60
Diskriminante 54
Dreiecksform 22
Durchmesser 105
- E** Einsetzungsverfahren 19
Ereignis 128
Ergebnis 128
Exponent 8
Extremwertaufgaben 39
- F** Faktorisieren 54
Flächeninhalt 83, 105
Funktion 16, 31 ff.
Funktionsgraph 33
- G** Gauß-Algorithmus 22
Gleichsetzungsverfahren 19
Grundfläche 116
- H** Höhensatz 95
Hohlkugel 123
- I** Intervallschachtelung 7
irrationale Zahlen 6
- K** Kegel 119
Kreis 105 ff.
Kreisbogen 109
Kreisring 108
Kugel 121
Kugelabschnitt (Kugelsegment) 122
Kugelausschnitt (Kugelsektor) 122
- L** LGS 16
lineare Gleichung 13
lineares Gleichungssystem 16
Linearfaktoren 56
Lösungsmenge 13
- M** Mantelfläche 116, 119
Maßstab 72
Mittelpunktwinkel 111
Modellieren mit Parabeln 40
Monotonie 37
- N** Normalform 34
Normalparabel 31
Nullstelle 38
- O** Oberflächeninhalt 116, 119
- P** Parabel 31, 33
Passante 105
Peripheriewinkel 111
Pfadregel 128
Potenzgesetze 8
Potenzieren 8
p-q-Formel 54
Prisma 116
Produktregel 128
Pyramide 119
Pythagoras, Satz des 91
- Q** quadratische Ergänzung 54, 66
quadratische Funktion 31
quadratische Gleichung 52
– grafische Lösung 59
Quadratwurzel 5, 10
Quadratwurzelfunktion 42
- R** Radikand 5
reelle Zahlen 6
- S** Sachaufgaben lösen 21, 33
Scheitelpunktform 34
Schnittpunkt 16, 38, 59, 74
Sechseckprisma 116
Sehne 105, 111
Sekante 105
Strahlensätze 74
Strecke 74, 77
Streckfaktor 79
Summenregel 128
- T** Tangente 105
Thales, Satz des 111
Trigonometrie 99
- U** Umfang 83, 105
Umfangswinkel 111
Umkehrfunktion 42
Umkehrsätze 78, 98
Ungleichung 15, 25
Urnenmodell 130
- V** Vierfeldertafel 132
Vieta, Satz von 58
Volumen 83, 116, 119, 121 ff.
- W** Wahrscheinlichkeit, bedingte 136
Wurzel 5 f.
Wurzelgesetze 10
Wurzelgleichung 60
Wurzelterm 10, 11
- Z** zentrische Streckung 79
Zentriwinkel 111
Zufallsversuch, mehrstufiger 128
Zylinder 116

Erfolgreich am Gymnasium mit drei Lernbausteinen:

WISSEN

Hier findest du alle wichtigen Regeln mit passenden Beispielen zum Wiederholen und Schließen deiner Lernlücken.

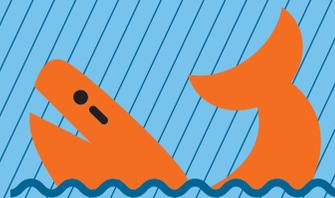
ÜBEN

Abwechslungsreiche Übungsaufgaben in drei Schwierigkeitsstufen helfen dir beim individuellen Trainieren.

TESTEN

In mehreren Klassenarbeiten zu jedem Thema kannst du deinen Wissensstand und Lernerfolg kontrollieren.

**Der komplette Lernstoff des Schuljahrs.
Berücksichtigt die aktuellen Bildungspläne der Bundesländer.**



ISBN 978-3-411-72575-5
15 € (D) · 15,50 € (A)



9 783411 725755

www.duden.de