

**DUDEN**

**BASISWISSEN**  
**SCHULE**



# MATHEMATIK

**Abitur**

# Duden

BASISWISSEN SCHULE

# MATHEMATIK

ABITUR

5., überarbeitete und aktualisierte Auflage

Dudenverlag  
Berlin

**Herausgeber**

Dr. Hubert Bossek (†), Detlef Missal, Prof. Dr. habil. Karlheinz Weber

**Autoren**

Armin Baeger, Dr. Hubert Bossek (†), Dr. Georg-Christian Brückner, Frank Gräf, Irmhild Kantel, Ardito Messner, Detlef Missal, Dr. Marga Schmidt, Dr. habil. Michael Schmitz, Prof. Dr. habil. Karlheinz Weber, PD Dr. habil. Bernd Wernicke, Prof. Dr. habil. Wolfgang Zillmer

**Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek**

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbiografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.dnb.de> abrufbar.

Das Wort **Duden** und der Reihentitel **Basiswissen Schule** sind für den Verlag Bibliographisches Institut GmbH als Marke geschützt.

Kein Teil dieses Werkes darf ohne schriftliche Einwilligung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren), auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung, reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

Für die Inhalte der im Buch genannten Internetlinks, deren Verknüpfungen zu anderen Internetangeboten und Änderungen der Internetadresse übernimmt der Verlag keine Verantwortung und macht sich diese Inhalte nicht zu eigen. Ein Anspruch auf Nennung besteht nicht.

Alle Rechte vorbehalten. Nachdruck, auch auszugsweise, nicht gestattet.

© Duden 2020 D C B A

Bibliographisches Institut GmbH, Mecklenburgische Straße 53, 14197 Berlin

**Redaktionelle Leitung** David Harvie

**Redaktion** Dr. Wiebke Salzmann, Michael Venhoff

**Herstellung** Uwe Pahnke

**Layout** Britta Scharffenberg

**Umschlaggestaltung** Büroecco, Augsburg

**Satz** LemmeDESIGN, Berlin

**Druck und Bindung** AZ Druck und Datentechnik GmbH,  
Heisinger Straße 16, 87437 Kempten

Printed in Germany

ISBN 978-3-411-71745-3



PEFC zertifiziert

Dieses Produkt stammt aus nachhaltig  
bewirtschafteten Wäldern und kontrollierten  
Quellen.

[www.pefc.de](http://www.pefc.de)

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Denk- und Arbeitsweisen der Mathematik</b>	<b>9</b>
1.1	<b>Mathematik und ihre grundlegenden Arbeitsmethoden</b>	<b>10</b>
1.1.1	Grundlagen mathematischer Bildung . . . . .	11
1.1.2	Kommunizieren, Argumentieren und Begründen. . . . .	12
1.1.3	Mathematisieren und Modellieren. . . . .	17
1.1.4	Lösen von Problemen . . . . .	20
1.1.5	Internet und neue Medien . . . . .	22
1.2	<b>Grundbegriffe der Mathematik</b>	<b>24</b>
1.2.1	Mengen . . . . .	24
1.2.2	Logische Operationen mit Aussagen und Aussageformen . . . . .	30
1.2.3	Definitionen . . . . .	34
1.2.4	Schlussregeln . . . . .	36
1.2.5	Beweise. . . . .	39
<b>2</b>	<b>Zahlenfolgen</b>	<b>43</b>
2.1	<b>Der Begriff <i>Zahlenfolge</i></b>	<b>44</b>
2.2	<b>Eigenschaften von Zahlenfolgen</b>	<b>46</b>
2.2.1	Monotonie und Beschränktheit . . . . .	46
2.2.2	Partialsommen . . . . .	48
2.3	<b>Arithmetische und geometrische Zahlenfolgen</b>	<b>49</b>
<b>3</b>	<b>Funktionen und ihre Eigenschaften</b>	<b>55</b>
3.1	<b>Der Begriff <i>Funktion</i></b>	<b>56</b>
3.2	<b>Darstellung von Funktionen</b>	<b>58</b>
3.3	<b>Eigenschaften von Funktionen</b>	<b>60</b>
3.3.1	Monotonie und Beschränktheit . . . . .	60
3.3.2	Symmetrie. . . . .	61
3.3.3	Periodizität. . . . .	61
3.3.4	Umkehrbarkeit. . . . .	62
3.3.5	Nullstellen. . . . .	63
3.3.6	Abschnittsweise definierte Funktionen . . . . .	63
3.4	<b>Verknüpfen und Verketteten von Funktionen</b>	<b>65</b>
3.5	<b>Funktionenscharen</b>	<b>67</b>
3.6	<b>Klassen reeller Funktionen</b>	<b>68</b>
3.6.1	Einteilung . . . . .	68
3.6.2	Lineare Funktionen . . . . .	70
3.6.3	Quadratische Funktionen . . . . .	71
3.6.4	Potenzfunktionen und Wurzelfunktionen. . . . .	73
3.6.5	Gebrochenrationale Funktionen. . . . .	74
3.6.6	Trigonometrische Funktionen . . . . .	75
3.6.7	Exponentialfunktionen . . . . .	81
3.6.8	Logarithmusfunktionen. . . . .	82
3.6.9	Weitere spezielle reelle Funktionen . . . . .	84

■ Überblick 69

■ Überblick 86

<b>4</b>	<b>Gleichungen und Gleichungssysteme</b>	<b>87</b>
4.1	Lineare, quadratische, biquadratische Gleichungen	88
4.2	Gleichungen höheren Grades	90
4.3	Gleichungen mit absoluten Beträgen	93
4.4	Wurzelgleichungen	94
4.5	Goniometrische Gleichungen	95
4.6	Exponential- und Logarithmengleichungen	97
4.7	Lineare Gleichungssysteme	98
4.7.1	Gaußsches Eliminationsverfahren. . . . .	98
4.7.2	Lösbarkeit und Lösungsmenge von Gleichungssystemen . . . .	101
4.7.3	Determinanten; Regel von Cramer. . . . .	104
4.7.4	Homogene und inhomogene Gleichungssysteme . . . . .	107
4.8	Lineare Ungleichungen und Ungleichungssysteme	110
<b>5</b>	<b>Grenzwerte und Stetigkeit</b>	<b>115</b>
5.1	Grenzwerte und Konvergenz von Zahlenfolgen; Grenzwertsätze	116
5.2	Reihen	120
5.3	Grenzwerte von Funktionen; Grenzwertsätze	123
5.4	Stetigkeit von Funktionen	126
<b>6</b>	<b>Differenzialrechnung</b>	<b>129</b>
6.1	Grundbegriffe der Differenzialrechnung	130
6.1.1	Ableitung einer Funktion . . . . .	130
6.1.2	Differenzierbarkeit und Stetigkeit . . . . .	134
6.1.3	Ableitungen höherer Ordnung. . . . .	135
6.2	Regeln zur Ableitung von Funktionen	137
6.2.1	Konstanten-, Potenz- und Faktorregel. . . . .	137
6.2.2	Summen-, Produkt- und Quotientenregel . . . . .	138
6.2.3	Kettenregel . . . . .	140
6.2.4	Umkehrregel . . . . .	141
6.2.5	Ableitung von Funktionen in Parameterdarstellung. . . . .	142
6.2.6	Partielle Ableitung von Funktionen mit zwei Variablen. . . . .	143
6.3	Ableitung elementarer Funktionen	144
6.3.1	Ableitung von Potenzfunktionen . . . . .	144
6.3.2	Ableitung von trigonometrischen Funktionen . . . . .	144
6.3.3	Ableitung von Exponential- und Logarithmusfunktionen . . . . .	145
6.4	Sätze über differenzierbare Funktionen	150
6.5	Untersuchung von Funktionseigenschaften	154
6.5.1	Monotonieverhalten . . . . .	154
6.5.2	Extrema. . . . .	155
6.5.3	Krümmungsverhalten und Wendestellen. . . . .	162
6.5.4	Verhalten im Unendlichen. . . . .	166
6.5.5	Unstetigkeitsstellen . . . . .	168
6.5.6	Beispiele für Funktionsuntersuchungen. . . . .	171
6.6	Extremwertprobleme	177
6.7	Bestimmen von Funktionsgleichungen	180
6.7.1	Approximation durch Polynomfunktionen . . . . .	180
6.7.2	Die Taylorsche Formel für ganzzahlige Funktionen . . . . .	184

■ Überblick 136

■ Überblick 149

6.7.3	Der Satz von Taylor . . . . .	186	
6.7.4	Das Verfahren der linearen Regression . . . . .	189	■ Überblick 192
<b>6.8</b>	<b>Näherungsverfahren zum Lösen von Gleichungen</b>	<b>193</b>	
6.8.1	Grafische Suche von Nullstellen . . . . .	193	
6.8.2	Bisektionsverfahren . . . . .	194	
6.8.3	Newtonsches Näherungsverfahren . . . . .	195	
6.8.4	Allgemeines Iterationsverfahren . . . . .	196	■ Überblick 198
<b>7</b>	<b>Integralrechnung</b>	<b>199</b>	
<b>7.1</b>	<b>Das unbestimmte Integral</b>	<b>200</b>	
7.1.1	Die Begriffe <i>Stammfunktion</i> und <i>unbestimmtes Integral</i> . . . . .	200	
7.1.2	Regeln für das Ermitteln von unbestimmten Integralen . . . . .	202	
<b>7.2</b>	<b>Das bestimmte Integral</b>	<b>204</b>	
7.2.1	Flächeninhalt unter der Normalparabel . . . . .	204	
7.2.2	Der Begriff <i>bestimmtes Integral</i> . . . . .	205	
7.2.3	Begriffserweiterung und Eigenschaften bestimmter Integrale . . . . .	209	
<b>7.3</b>	<b>Beziehung zwischen bestimmtem und unbestimmtem Integral</b>	<b>211</b>	
7.3.1	Das bestimmte Integral als Funktion der oberen Grenze . . . . .	211	
7.3.2	Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung . . . . .	212	
<b>7.4</b>	<b>Weitere Integrationsmethoden</b>	<b>213</b>	
7.4.1	Integration durch lineare Substitution . . . . .	213	
7.4.2	Integration durch nichtlineare Substitution . . . . .	213	
7.4.3	Partielle Integration . . . . .	215	
7.4.4	Integration durch Partialbruchzerlegung . . . . .	215	
<b>7.5</b>	<b>Berechnen bestimmter Integrale; Anwendungen</b>	<b>217</b>	
7.5.1	Integrationsregeln . . . . .	217	
7.5.2	Ermitteln von Flächeninhalten . . . . .	217	
7.5.3	Physikalische Probleme . . . . .	224	
7.5.4	Volumen und Mantelfläche von Rotationskörpern; Bogenlänge von Kurven . . . . .	228	■ Überblick 233
<b>7.6</b>	<b>Uneigentliche Integrale und nicht elementar integrierbare Funktionen</b>	<b>234</b>	
<b>7.7</b>	<b>Numerische Integration</b>	<b>236</b>	■ Überblick 238
<b>8</b>	<b>Differenzen- und Differenzialgleichungen</b>	<b>239</b>	
<b>8.1</b>	<b>Differenzengleichungen</b>	<b>240</b>	
8.1.1	Die Begriffe <i>Differenzengleichung</i> und <i>Lösung einer Differenzengleichung</i> . . . . .	240	
8.1.2	Lineare Differenzengleichungen 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten . . . . .	243	
<b>8.2</b>	<b>Differenzialgleichungen</b>	<b>246</b>	
8.2.1	Arten von Differenzialgleichungen . . . . .	246	
8.2.2	Lösungsverhalten von Differenzialgleichungen . . . . .	247	
8.2.3	Lösungsverfahren für Differenzialgleichungen 1. Ordnung . . . . .	250	
8.2.4	Näherungsverfahren zur Lösung von Differenzialgleichungen 1. Ordnung . . . . .	253	■ Überblick 254

	<b>9</b>	<b>Komplexe Zahlen</b>	<b>255</b>
	9.1	Komplexe Zahlen als geordnete Paare reeller Zahlen	256
	9.2	Algebraische Darstellung komplexer Zahlen	258
	9.3	Trigonometrische Darstellung komplexer Zahlen	260
	9.4	Komplexe Zahlen in Exponentialform	262
	<b>10</b>	<b>Vektoren und Vektorräume</b>	<b>263</b>
	10.1	Zur Entwicklung der analytischen Geometrie	264
	10.2	Vektoren; Gleichheit, Addition und Vervielfachung	265
	10.3	Parallelität, Kollinearität und Komplanarität von Vektoren	271
	10.4	Linearkombination von Vektoren; Basen in der Ebene und im Raum	272
	10.5	Koordinatensysteme	276
	10.6	Punkte, Strecken und Dreiecke in einem Koordinatensystem	282
	10.6.1	Mittelpunkt einer Strecke in der Ebene und im Raum . . . . .	282
	10.6.2	Schwerpunkt eines Dreiecks . . . . .	282
	10.6.3	Betrag eines Vektors; Länge einer Strecke . . . . .	283
	10.6.4	Flächeninhalt eines Dreiecks . . . . .	284
	10.7	Lineare Abhängigkeit und lineare Unabhängigkeit	286
	10.8	Skalarprodukt von Vektoren	288
	10.8.1	Definition und Eigenschaften . . . . .	288
	10.8.2	Anwendungen des Skalarprodukts. . . . .	291
	10.9	Vektorprodukt und Spatprodukt von Vektoren	293
	10.9.1	Vektorprodukt . . . . .	293
	10.9.2	Spatprodukt . . . . .	294
	10.10	Beweise unter Verwendung von Vektoren	298
	10.11	Vektorräume	299
	10.11.1	Der Begriff <i>Vektorraum</i> . . . . .	299
	10.11.2	Unterräume und Erzeugendensysteme . . . . .	300
	10.11.3	Basen und Dimension von Unterräumen . . . . .	302
	<b>11</b>	<b>Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes</b>	<b>303</b>
	11.1	Geraden in der Ebene und im Raum	304
	11.1.1	Punktgleichung einer Geraden . . . . .	304
	11.1.2	Zweipunktgleichung einer Geraden . . . . .	307
	11.1.3	Normalform der Gleichung einer Geraden in der Ebene . . . . .	308
	11.1.4	Lagebeziehungen von Geraden . . . . .	310
	11.1.5	Orthogonalität und Schnittwinkel von Geraden der Ebene . . . . .	313
	11.2	Ebenen im Raum	316
	11.2.1	Gleichung einer Ebene in Vektorform . . . . .	316
	11.2.2	Gleichung einer Ebene in Koordinatenschreibweise . . . . .	317
	11.2.3	Hessesche Normalform der Ebenengleichung . . . . .	320
	11.2.4	Spezielle Ebenen . . . . .	321
	11.2.5	Lagebeziehungen von Gerade und Ebene . . . . .	323
	11.2.6	Lagebeziehungen von zwei Ebenen . . . . .	326
	11.3	Schnittwinkelberechnungen	330
	11.3.1	Schnittwinkel zweier Geraden im Raum . . . . .	330
	11.3.2	Schnittwinkel einer Geraden mit einer Ebene . . . . .	331
	11.3.3	Schnittwinkel zweier Ebenen . . . . .	331
■ Überblick	285		
■ Überblick	297		
■ Überblick	315		
■ Überblick	329		
■ Überblick	333		

<b>11.4</b>	<b>Abstandsberechnungen</b>	<b>334</b>
11.4.1	Abstand eines Punktes von einer Geraden in der Ebene und von einer Ebene im Raum . . . . .	334
11.4.2	Abstand eines Punktes von einer Geraden im Raum . . . . .	336
11.4.3	Abstand von Geraden im Raum . . . . .	337
11.4.4	Abstand von Ebenen . . . . .	340
<b>11.5</b>	<b>Kreise und Kugeln</b>	<b>342</b>
11.5.1	Gleichungen von Kreis und Kugel . . . . .	342
11.5.2	Kreis und Gerade . . . . .	346
11.5.3	Lagebeziehungen von Kreisen . . . . .	347
11.5.4	Lagebeziehungen von Kugeln, Geraden und Ebenen. . . . .	348
<b>11.6</b>	<b>Kegelschnitte</b>	<b>353</b>
11.6.1	Schnittfiguren eines Kegels. . . . .	353
11.6.2	Ellipse . . . . .	354
11.6.3	Hyperbel . . . . .	357
11.6.4	Parabel . . . . .	359
<b>12</b>	<b>Matrizen</b>	<b>361</b>
<b>12.1</b>	<b>Der Begriff <i>Matrix</i></b>	<b>362</b>
<b>12.2</b>	<b>Rechnen mit Matrizen</b>	<b>365</b>
12.2.1	Addition und skalare Vervielfachung von Matrizen . . . . .	365
12.2.2	Multiplikation von Matrizen . . . . .	366
12.2.3	Bilden inverser Matrizen . . . . .	370
<b>12.3</b>	<b>Rang einer Matrix; Hauptsatz über lineare Gleichungssysteme</b>	<b>372</b>
<b>12.4</b>	<b>Lineare Abbildungen</b>	<b>374</b>
<b>13</b>	<b>Wahrscheinlichkeitstheorie</b>	<b>377</b>
<b>13.1</b>	<b>Zufallsexperimente</b>	<b>378</b>
13.1.1	Ein- und mehrstufige Zufallsexperimente; Ergebnismengen . . . . .	378
13.1.2	Zufällige Ereignisse; Verknüpfen von Ereignissen . . . . .	380
13.1.3	Absolute und relative Häufigkeiten; empirisches Gesetz der großen Zahlen . . . . .	382
13.1.4	Wahrscheinlichkeitsverteilung; Rechenregeln für Wahrscheinlichkeiten. . . . .	383
13.1.5	Vier- und Mehrfeldertafeln; Zerlegungen der Ergebnismenge . . . . .	386
<b>13.2</b>	<b>Gleichverteilung (Laplace-Experimente)</b>	<b>388</b>
13.2.1	Der Begriff <i>Gleichverteilung</i> . . . . .	388
13.2.2	Rechenregel für die Gleichverteilung (Laplace-Regel) . . . . .	389
13.2.3	Pfadregeln . . . . .	390
13.2.4	Zählprinzip bei k-Tupeln . . . . .	391
13.2.5	Zählprinzip bei n-elementigen Mengen. . . . .	394
13.2.6	Urnenmodelle; Ziehen mit und ohne Zurücklegen; hypergeometrische Verteilung . . . . .	395
13.2.7	Simulation mithilfe von Zufallszahlen . . . . .	398

■ Überblick 341

■ Überblick 352



	<b>13.3 Bedingte Wahrscheinlichkeiten</b>	<b>401</b>
	13.3.1 Der Begriff <i>bedingte Wahrscheinlichkeit</i> . . . . .	401
	13.3.2 Rechnen mit bedingten Wahrscheinlichkeiten . . . . .	402
	13.3.3 Unabhängigkeit von Ereignissen . . . . .	404
	<b>13.4 Zufallsgrößen</b>	<b>406</b>
	13.4.1 Endliche Zufallsgrößen . . . . .	406
	13.4.2 Erwartungswert . . . . .	408
	13.4.3 Streuung . . . . .	410
	<b>13.5 Binomialverteilung</b>	<b>414</b>
	13.5.1 Bernoulli-Experimente . . . . .	414
	13.5.2 Bernoulli-Ketten; binomialverteilte Zufallsgrößen . . . . .	415
■ Überblick 420	13.5.3 Grafische Veranschaulichung der Binomialverteilung . . . . .	417
	13.5.4 Tabellierungen zur Binomialverteilung . . . . .	421
	13.5.5 Erwartungswert und Streuung binomialverteilter Zufallsgrößen . . . . .	425
	13.5.6 Grenzwertsatz von Moivre-Laplace zur Binomialverteilung . . . . .	427
■ Überblick 436	13.5.7 Normalverteilung . . . . .	430
	13.5.8 Zentraler Grenzwertsatz . . . . .	435
	<b>14 Beschreibende und beurteilende Statistik</b>	<b>437</b>
	<b>14.1 Beschreibende Statistik</b>	<b>438</b>
	14.1.1 Zu Anliegen und geschichtlicher Entwicklung der beschreibenden Statistik . . . . .	438
■ Überblick 444	14.1.2 Kenngrößen statistischer Erhebungen . . . . .	438
	<b>14.2 Beurteilende Statistik</b>	<b>445</b>
	14.2.1 Zu Anliegen und geschichtlicher Entwicklung der beurteilenden Statistik . . . . .	445
	14.2.2 Grundprobleme des Testens von Hypothesen . . . . .	445
	14.2.3 Alternativtests . . . . .	449
■ Überblick 460	14.2.4 Signifikanztests . . . . .	456
	<b>15 Rechenhilfsmittel</b>	<b>461</b>
	<b>15.1 Geschichtlicher Abriss</b>	<b>462</b>
	<b>15.2 Elektronische Hilfsmittel</b>	<b>465</b>
	15.2.1 Grafikfähige Taschenrechner . . . . .	465
	15.2.2 Computeralgebrasysteme . . . . .	468
	15.2.3 Tabellenkalkulationen . . . . .	475
	15.2.4 Dynamische Geometriesoftware . . . . .	479
	<b>A Anhang</b>	<b>483</b>
	Register . . . . .	484
	Bildquellenverzeichnis . . . . .	496

Denk- und Arbeitsweisen  
der Mathematik

1



- Riemann-Integral 205  
 Riemann-Summen 205  
 ROLLE, MICHEL 150  
 Rotationskörper 228, 469  
 – Mantelfläche eines ~ 231  
 – Volumen eines ~ 228  
 Runge-Kutta-Verfahren 253  
 RUSSELL, BERTRAND 24  
 russellsche Antinomien 24
- S**
- SARRUS, PIERRE-FRÉDÉRIC 106  
 Sattelpunkt 164  
 Sätze über differenzierbare Funktionen 150  
 Satz vom ausgeschlossenen Dritten 32  
 Satz vom ausgeschlossenen Widerspruch 31  
 Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit 402  
 Satz von Rolle 150  
 Satz von Taylor 188  
 Satz von Vieta 256  
 Satz von Weierstrass 128  
 Säulendiagramm 444  
 SCHICKHARDT, WILHELM 464  
 Schluss auf/aus Negation 38  
 Schluss auf eine Allaussage 36  
 Schlussregeln 36  
 – Abtrennungsregel 36  
 – Äquivalenzschluss 38  
 – Fallunterscheidungsregel 37  
 – Kettenschluss 36  
 – Kontrapositionsregel 37  
 – Schluss auf Allaussage 36  
 – Schluss auf/aus Negation 38  
 Schmiegeparabeln 187  
 Schnittwinkel 313, 314  
 – einer Geraden mit einer Ebene 331  
 – von Geraden der Ebene 313  
 – zweier Ebenen 331  
 – zweier Geraden im Raum 330
- Sekantennäherungsverfahren 195, 198  
 signifikanter Unterschied 448  
 Signifikanzniveau 448, 456  
 Signifikanztest 449, 456  
 – einseitiger 458  
 – linksseitiger 458, 459  
 – rechtsseitiger 458, 459  
 – statistische Sicherheit 457  
 – zweiseitiger 457, 458, 459  
 Signumfunktion 85  
 Simplex-Methode 113  
 simpsonsche Regel 237  
 SIMPSON, THOMAS 237  
 Simulation 395, 468  
 – Urnenmodell 396  
 – Zufallszahlen 398  
 Sinusfunktion 75  
 – allgemeine 78  
 – Amplitude 79  
 – Nullstellen 79  
 – Periodenlänge 79  
 – Phasenverschiebung 79  
 Skalarprodukt von Vektoren 288  
 – Berechnung aus den Koordinaten 290  
 – Eigenschaften 289  
 S-Multiplikation 365  
 Software, mathematische 464  
 solve 467, 470  
 Spannweite/Variationsbreite, -weite 442  
 Spat-(Parallelepipeds-) Volumen 295  
 Spatprodukt 295  
 Speicher 465, 472  
 spezieller Multiplikationssatz 404  
 Spiegelung 375  
 Spiegelung eines Graphen 67  
 Sprache, mathematische 14  
 Staffelwalzenmaschine 464  
 Stammfunktion 200  
 – Grundintegrale 202  
 Standardabweichung 411  
 Standardnormalverteilung 432  
 – Dichtefunktion 432  
 – Erwartungswert/Streuung 433  
 – gaußsche Summenfunktion 432  
 – Verteilungsfunktion 432  
 – zentraler Grenzwertsatz 435  
 Statistik, beschreibende/deskriptive 438  
 stetige Zufallsgröße 430  
 – exponentiell verteilte ~ 431  
 – geometrische Wahrscheinlichkeitsverteilung 431  
 – gleichverteilte ~ 430  
 – normalverteilte ~ 432  
 – standardnormalverteilte ~ 432  
 Stetigkeit 126, 134  
 – links-/rechtsseitige ~ 127  
 – stetige Fortsetzung 126  
 – stetig hebbbar/stetig ergänzbar 126  
 – unstetig 126  
 Stetigkeitssätze 127  
 Stichprobe 446, 447  
 – Auswahlssatz 447  
 – hochsignifikanter Unterschied 456  
 – Klumpenstichprobe 447  
 – (proportional) geschichtete ~ 447  
 – repräsentative ~ 446  
 – signifikanter Unterschied 456  
 – Stichprobenumfang 446  
 – Stichprobenwert 446  
 – Zufallsstichprobe 447  
 Strategien, heuristische 21  
 Strecke 282  
 – Länge 283  
 – Mittelpunkt 282  
 Streifendiagramm 444  
 Streudiagramm 444  
 Streuung 411  
 Streuungsparameter 440, 442  
 – empirische Standardabweichung 443  
 – empirische Streuung/Varianz 443

- mittlere absolute Abweichung 443
- Spannweite/Variationsbreite, -weite 442
- Subjunktion 32
- Substitution 89, 96, 97
- Subtraktion von Vektoren 268
- Summenregel 138
- Summenzeichen 48
- symbolisches Rechnen 468
- Symmetrie 61
  - gerade Funktion 61
  - ungerade Funktion 61

## T

- Tabellenkalkulationen 475
- Tangensfunktion 75
- Tangente 352
- Tangentennäherungsverfahren 195, 198
- Tangentenproblem 131
- Tangentialebene 352
- Taschenrechner 464
  - elektronischer ~ 464
  - grafikfähiger ~ 465, 468
- Tautologie 31, 36
  - Schlussregel 36
- TAYLOR, BROOK 185
- Taylor-Entwicklung 180
- Taylor-Reihe 186
- taylorsche Formel 185
- taylorsche Näherungspolynome 185
- Teilmengen 26
- Terrassenpunkt 164
- Testen von Hypothesen 448
  - Ablehnungsbereich 448
  - Alternativtest 449
  - Annahmehbereich 448
  - Fehler 1. Art 448
  - Fehler 2. Art 448
  - Irrtumswahrscheinlichkeit 448, 456
  - Signifikanzniveau 448, 456
  - Signifikanztest 449, 456
- Tiefpunkt 156
- Tischrechner 464
- transzendente Gleichung 97

- trigonometrische Funktionen 75, 144
  - Ableitung von ~ 144
  - Arkusfunktionen 80
  - Eigenschaften 77
  - Komplementärwinkelbeziehung 78
  - Kosinusfunktion 75
  - Kotangensfunktion 76
  - Quadrantenbeziehungen 78
  - Sinusfunktion 75
  - spezielle Funktionswerte 78
  - Tangensfunktion 75
  - Umkehrfunktionen 80
  - zyklometrische Funktionen 80
- trigonometrische Gleichungen 95
- Tripel 29, 99
- TSCHEBYSCHEW, PAFNUTI LWOWITSCH 412, 445
- tschebyschewsche Ungleichung 412
- TULLIUS, SERVIUS 438
- Tupel 99

## U

- überschnittene Menge 26
- Ulam-Folge 35
- ULAM, STAN 35
- Umkehrfunktion 62
- Umkehrregel 141
- unbestimmtes Integral 201
  - Differenzial 201
  - Integrand/Integrandenfunktion 201
  - Integrationskonstante 201
  - Integrationsregeln 202
  - Integrationsvariable 201
- uneigentliches Integral 234
- Ungleichungen 110
- Ungleichungssystem 112
- Unstetigkeitsstellen 126, 168
  - endlicher Sprung 127
  - hebbare ~ 170
  - Lücke 126, 170
  - Polstellen 168
- Sprünge 170
  - unendlicher Sprung 127
- Untersumme 206
- Urliste 439
  - Diagramm 439
  - Strichliste 439
- Urnenmodell 396

## V

- Variablenbindung 25
- Variationen
  - mit Wiederholung 394
  - ohne Wiederholung 395
- Vektor(en) 265
  - Addition 266
  - Basis 273, 274
  - Betrag eines ~ 270, 283
  - Darstellungssatz für ~ 273, 274
  - Einheitsvektor 270
  - entgegengesetzter ~ 268
  - Gleichheit 266
  - kollinear/Kollinearität 271
  - komplanar/Komplanarität 271
  - Komponenten 273, 274
  - Koordinaten 273, 274
  - Koordinatenvergleich 275
  - lineare Hülle 301
  - Linearkombination von ~ 272
  - linear (un-)abhängige ~ 286
  - Normaleneinheitsvektor 308
  - Normalenvektor 294
  - Nullvektor 267
  - Orthogonalitätsbedingung 291
  - Orthogonalität von ~ 276, 289
  - Ortsvektor 276
  - parallel/Parallelität 271
  - Repräsentant von ~ 265
  - Richtungskosinuswerte 292
  - Skalarprodukt 288
  - Spaltenvektor 277

- Spatprodukt 295
  - Subtraktion von ~ 268
  - vektorielle Größen 265
  - Vektorprodukt 293
  - Vervielfachung eines ~ 268
  - Zeilenvektor 277
  - Vektorkette 268
  - Vektorprodukt 293, 294
    - mehrfaches ~ 296
    - Rechengesetze 293
  - Vektorraum 299
    - Basis 302
    - Dimension 302
    - Erzeugendensystem 301
    - Unterraum 300
  - VENN, JOHN 26
  - Venn-Diagramm 381
  - Vereinigungsmenge 27
  - Verflechtungsmatrizen 369
  - Verhalten im Unendlichen
    - ganzrationale Funktionen 166
    - gebrochenrationale Funktionen 166
    - nichtrationale Funktionen 168
  - Verkettung von Funktionen 66
  - Verknüpfung von Funktionen 65
  - Verschiebung eines Graphen 67
  - Verteilungsfunktion der Zufallsgröße 407
    - kumulierte (summierte) Wahrscheinlichkeit 407
  - Vielfachung eines Vektors 268
    - Rechnen mit Vervielfachungen 269
  - Vierfarbenproblem 24
  - Vierfeldertafel 381
    - mit Parametern 387
  - Vierspeziesmaschine 464
  - VIETA, FRANÇOIS 89, 264
  - Vorzeichenfunktion 85
  - Vorzeichenwechselkriterium 158
- W**
- Wachstum 475
  - Wachstumsprozesse 147
  - Wachstums-/Zerfallsprozesse 54
  - Wahrscheinlichkeit(stheorie) 378, 383
    - axiomatischer Wahrscheinlichkeitsbegriff 384
    - Axiomensystem der Wahrscheinlichkeitstheorie 384
    - bedingte ~ 401
    - frequentistischer Wahrscheinlichkeitsbegriff 383
    - klassische ~ 389
    - Rechenregeln 385
    - statistischer Wahrscheinlichkeitsbegriff 383
  - Wahrscheinlichkeitsverteilung 384, 407
    - bedingte ~ 401
    - Binomialverteilung 416
    - Darstellung einer ~ 408
    - geometrische ~ 431
    - Gleichverteilung 388
    - hypergeometrische Verteilung 397
    - Laplace-Annahme 388
    - Laplace-Experiment 388
    - Poissonverteilung 430
  - WEIERSTRASS, KARL THEODOR 128
  - Wendepunkt/Wendestelle 163
    - hinreichende Bedingung 164
    - notwendige Bedingung 164
  - WEYL, HERMANN 264
  - Works 475
  - worksheet 469
  - Wurzelfunktionen 74
  - Wurzelgleichungen 94
  - Wurzelsatz von Vieta 89
- Z**
- Zahlenbereichserweiterung 256
  - Zahlenfolge(n) 44
    - allgemeines Glied 45
    - alternierende ~ 47
  - arithmetische ~ 49
  - Beschränktheit 47
  - bestimmte divergente ~ 118
  - Bildungsvorschrift 45, 49
  - Darstellungsmöglichkeiten 45
  - divergente ~ 118
  - endliche ~ 45
  - geometrische ~ 51
  - Glieder 44
  - Grenzwert 117
  - Grenzwertkriterium 118
  - Grenzwertsätze 119
  - Index 44
  - konstante ~ 45
  - konvergente ~ 117
  - Kurzschreibweise 44
  - Monotonie 46
  - Nullfolge 118
  - Partialsumme 48
  - Partialsummenfolge 48
  - reelle ~ 44
  - Reihe 120
  - Schranke 47
  - Ulam-Folge 35
  - unendliche ~ 45
  - $\epsilon$ -Umgebung 117
  - Zählprinzipien 392
    - für k-Tupel 392
    - für Mengen 395
    - Kombinationen ohne Wiederholung 395
    - Permutationen (ohne Wiederholung) 393
    - Simulationen 395
    - Urnenmodell 396
    - Variationen mit Wiederholung 394
    - Variationen ohne Wiederholung 395
  - zentraler Grenzwertsatz 435
  - zentrische Streckung 375
  - Zerfallsprozesse 147
  - Zielfunktion 177
  - Zinsberechnung 53
    - Aufzinsfaktor 54
    - Zinseszinsen 54
  - Zufallsexperiment 378
    - absolute Häufigkeit 382
    - Baumdiagramm 390

- Bernoulli-Experiment 414
- Ereignis 380
- Ergebnismenge 378
- Gesetz der großen Zahlen 383
- k-stufiges ~ 379
- mehrstufiges ~ 379
- relative Häufigkeit 382
- Vierfeldertafeln 381
- Zufallsgröße 406
- Zufallsgröße 406, 446
  - $3\sigma$ -Regel 413
  - Bernoulli-Größe 414
- Dichtefunktion 430
  - diskrete ~ 406
  - endliche ~ 406
- Erwartungswert 409
- geometrisch verteilt 425
- Standardabweichung 411
- stetige ~ 430
- Streuung 411
- tschebyschewsche Ungleichung 412
- Verteilungsfunktion 407, 430
  - Wahrscheinlichkeitsverteilung 407
- Zufallszahlen 398, 468
  - Pseudozufallszahlen 400
- Zugmodus 479
- ZUSE, KONRAD 464
- Zweipunktgleichung einer Geraden 307
  - in Koordinatenschreibweise 308
- Zweispesiesrechner 464
- Zwischenwertsatz 128

## Bildquellenverzeichnis

**Legende:** Ol=Oben links, O=Oben mittig, Or=oben rechts, Ml=Mitte links, M=Mitte mittig, Mr=Mitte rechts, Ul=Unten links, Um=Unten mittig, Ur=Unten rechts

**Hinweis:** Die Seitenzahl steht immer an erster Stelle, danach folgt die Positionsangabe (z. B. 075Or = Seite 75 Oben rechts). Falls keine konkrete Position angegeben ist, stammen alle urheberrechtlich relevanten Abbildungen vom selben Urheber bzw. ist nur eine Abbildung auf der Seite zu finden.

Adobe: Africa Studio/stock.adobe.com 472; bizio\_ti/stock.adobe.com 239; Christine/stock.adobe.com 437; Dr.N. Lange/stock.adobe.com 463Mr; doncarlo/stock.adobe.com 393; FERNANDO/stock.adobe.com 347; Forance/stock.adobe.com 255; fotofinish100/stock.adobe.com 154; funnycreature/stock.adobe.com 43; leungchopan/stock.adobe.com 9; LianeM/stock.adobe.com 224; pegasosart/stock.adobe.com 129; StockPhotosArt/stock.adobe.com 465Or;

**Akg-images:** Fototeca Gilardi/akg-images 10Ur; Rainer Hackenberg/akg-Images 464Ur; Science Source/akg-images 464Or;

**Christine Gebreyes, Berlin:** 57Mr, 277Or, 288;

**Gerlinde Keller:** 10Ml, 20, 34, 35, 45, 56Ol, 85, 89, 105, 120, 130Ul, 151, 183, 185, 188, 195, 205, 237Or, 251, 261, 264, 281Or, 309, 353Ur, 382, 383, 384, 388, 389, 402, 412, 414Ul, 426, 431, 464Ml;

**G. Liesenberg:** 462;

**Scienc Photo Library:** Science Photo Library/ED YOUNG 115; Science Photo Library/Science Source 455Ur;

**Shutterstock:** 200dgr/Shutterstock.com 461; Abscent/Shutterstock.com 56Ur; Alex Kh/Shutterstock.com 263; aydngvn/Shutterstock.com 82; Beautiful landscape/Shutterstock.com 438; Billion Photos/Shutterstock.com 53; bonchan/Shutterstock.com 455Mr; Dmitry Elagin/Shutterstock.com 334Ol; donatas1205/Shutterstock.com 281Ur; dreamnikon/Shutterstock.com 18; ENRIQUE ALAEZ PEREZ/Shutterstock.com 323; Flipser/Shutterstock.com 131; FotoYakov/Shutterstock.com 454; GaudiLab/Shutterstock.com 22; Gorodenkoff/Shutterstock.com 468Mm; In-Finity/Shutterstock.com 79; ivosar/Shutterstock.com 377; james weston/Shutterstock.com 481; John Navajo/Shutterstock.com 199; Kaspars Grinvalds/Shutterstock.com 23; Marut Sayannikroth/Shutterstock.com 87; Panimoni/Shutterstock.com 303; photolike/Shutterstock.com 19; Richard Podgurski/Shutterstock.com; shanestillz/Shutterstock.com 465 Mr; Stephen Finn/Shutterstock.com 162; Vitalii Nesterchuk/Shutterstock.com 227; Vitya\_M/Shutterstock.com 11; Wessel du Plooy/Shutterstock.com 130Mr; Willyam Bradberry/Shutterstock.com 361;

**Christine Wächter:** 226Um, 351, 371, 458;

**Weber, Karlheinz, Berlin:** 310Ml, 334Ml, 336Ml, 337Or, 340Ol;

**Werbeagentur nachDruck/Andreas Borys:** 57, 143, 232, 237Ur, 265, 288Mr, 296, 364, 390, 393Ur, 394, 414Ol, 459, 463Or, 463Ur

**Geprüftes Wissen –  
verlässlich gut!**

**BASISWISSEN SCHULE  
MATHEMATIK ABI**

- Themen, Methoden und Inhalte aus dem Mathematikunterricht der Oberstufe
- Ideal zur umfassenden Vorbereitung auf das Abitur
- Zahlreiche farbige Schaubilder, Grafiken und Fotos zur Veranschaulichung

Behandelt alle Themenbereiche des Faches Mathematik in der Sekundarstufe II: Funktionen, Differenzial- und Integralrechnung, lineare Algebra, analytische Geometrie und Stochastik.

Für alle weiterführenden Schulformen. Berücksichtigt die aktuellen Bildungspläne aller Bundesländer.

ISBN 978-3-411-71745-3  
20 € (D) · 20,60 € (A)



9 783411 717453

[www.duden.de](http://www.duden.de)