

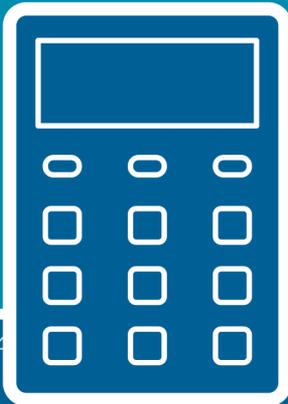
Gymnasium · 7. Klasse
Mathematik

DUDEN

BESSER IN

Mathematik

7. KLASSE



Mit
Lösungs-
heft

Duden

Martin Liepach

BESSER IN

Mathematik

7. KLASSE

GYMNASIUM

Über den Autor:

Martin Liepach unterrichtet Mathematik an einem Gymnasium.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.dnb.de> abrufbar.

Das Wort **Duden** ist für den Verlag Bibliographisches Institut GmbH als Marke geschützt.

Kein Teil dieses Werkes darf ohne schriftliche Einwilligung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren), auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung, reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

Alle Rechte vorbehalten.

Nachdruck, auch auszugsweise, nicht gestattet.

2., überarbeitete Auflage

© Cornelsen Scriptor 2012; Nachdruck Duden 2020 F E D C

Bibliographisches Institut GmbH

Mecklenburgische Straße 53, 14197 Berlin

Redaktionelle Leitung: Constanze Schöder

Redaktion: Dr. Matthias Delbrück

Illustrationen: Böcking-Gestaltung, Bochum

Herstellung: Annette Scheerer

Layoutkonzept: Horst Bachmann, Weinheim

Umschlaggestaltung: Zissue, München

Umschlagillustration: Shutterstock/bsd (Taschenrechner),

Shutterstock/Imichman (Muster)

Satz/Layout: Dagmar Lemme, Berlin

Druck und Bindung: AZ Druck und Datentechnik GmbH,

Heisinger Straße 16, 87437 Kempten

Printed in Germany

ISBN 978-3-411-87031-8

Vorwort	5
1 Zuordnungen	6
1.1 Zuordnungen	6
1.2 Proportionale Zuordnungen	8
1.3 Antiproportionale Zuordnungen	12
1.4 Dreisatzrechnen mit proportionalen Zuordnungen	15
1.5 Dreisatzrechnen mit antiproportionalen Zuordnungen	17
1.6 Quotientengleichheit und Produktgleichheit	20
Test	23
2 Zinsrechnung	24
2.1 Monats- und Tageszinsen	24
2.2 Prozentuale Änderung	27
Test	29
3 Rationale Zahlen	30
3.1 Anordnung rationaler Zahlen	30
3.2 Betrag rationaler Zahlen	32
3.3 Addition und Subtraktion rationaler Zahlen	34
3.4 Multiplikation und Division mit rationalen Zahlen	39
3.5 Rechenausdrücke mit rationalen Zahlen	43
Test	45
4 Geometrie	46
4.1 Winkelbetrachtungen an Figuren	46
4.2 Kongruenz und Kongruenzsätze	52
4.3 Konstruktion von Vierecken	62
4.4 Besondere Linien und Punkte im Dreieck	64
4.4.1 Umkreis – Konstruktion der Mittelsenkrechten	66
4.4.2 Inkreis – Konstruktion der Winkelhalbierenden	67
4.4.3 Schwerpunkt – Konstruktion der Seitenhalbierenden	68
4.4.4 Höhen im Dreieck	69
Test	71
5 Kreis	72
5.1 Kreis und Gerade	72
5.2 Thaleskreis	74
5.3 Berechnungen am Kreis	76
Test	81

6	Statistik/Wahrscheinlichkeitsrechnung	82
6.1	Darstellung von Statistiken	82
6.2	Auswertung von Statistiken	84
6.3	Skalen	87
6.4	Zufallsversuche und Wahrscheinlichkeit	88
6.5	Baumdiagramme und Pfadregeln	91
6.6	Geschicktes Abzählen und Rechnen	94
	Test	97
7	Ganzrationale Terme – lineare Gleichungen	98
7.1	Term und Zahl	98
7.2	Umformen von Termen	100
7.3	Lösen von linearen Gleichungen	102
7.3.1	Lösen von einfachen Gleichungen	102
7.3.2	Lösen von Gleichungen mit Klammerausdrücken	104
7.3.3	Anzahl der Lösungen von linearen Gleichungen	106
7.3.4	Anwendungsaufgaben	107
	Test	109
	Stichwortverzeichnis	110
	Verzeichnis der Abkürzungen	112

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dieser Band der Reihe „Besser in Mathematik“ hilft dir, deine Kenntnisse im Fach Mathematik zu verbessern. Du kannst gezielt Stoff nachholen und wiederholen, um sicherer zu werden! Zu allen Bereichen des Mathematikunterrichts sind kleine Aufgaben angeboten, mit denen du selbstständig arbeiten kannst.

Die Schwerpunkte sind:

- ▷ Definitionen und Regeln kennen und anwenden,
- ▷ Aufgaben strukturieren und strategisch bearbeiten,
- ▷ Diagramme und Formeln erstellen und interpretieren,
- ▷ Zusammenhänge begründen und überprüfen.

Die Texte und die Aufgaben in diesem Buch sind so ausgewählt und zusammengestellt, dass dir die Bearbeitung möglichst leichtfällt.

TIPPS UND INFOS

Zum Arbeiten mit diesem Buch

- ▶ Lege dir ein **eigenes Arbeitsheft** zu, in das du schreibst.
- ▶ Bist du dir beim Lösen der Übungsaufgaben nicht ganz sicher, sieh dir die Beispiele noch einmal genau an.
- ▶ Vergleiche deine Ergebnisse mit denen im Lösungsheft. Überprüfe bei Fehlern immer genau, was du falsch gemacht hast. Verbessere Fehler.
- ▶ Am Ende eines jeden Kapitels kannst du in einem kleinen Test überprüfen, ob du den Stoff nun beherrschst. Wenn nicht, bearbeite die entsprechenden Aufgaben in einigen Tagen noch einmal.

Viel Spaß und Erfolg beim Lernen!

1 Zuordnungen

1.1 Zuordnungen

WAS DU SCHON KÖNNEN MUSST

- ▷ Wissen, dass sich Zuordnungen in verschiedenen Formen darstellen lassen
- ▷ Punkte in ein Koordinatensystem eintragen

DARUM GEHT ES

Nicht nur in der Mathematik, sondern auch im alltäglichen Leben spielen Größen eine wichtige Rolle. Die Beziehung zwischen zwei Größen kann man als Zuordnung auffassen. Kosten in einer Eisdiele 5 Kugeln Eis 4,00€, so kann man diese Beziehung als Zuordnung zwischen der Anzahl der Kugeln und dem Preis beschreiben.

DAS MUSST DU WISSEN

Darstellungen von Zuordnungen

Zuordnungen können **a)** durch einen Text beschrieben oder durch **b)** Tabellen, **c)** Diagramme, **d)** Pfeile oder **e)** Graphen dargestellt werden.

a) Darstellung als Text

„In einer Eisdiele kosten 5 Kugeln Eis 4,00€“. Die Zuordnung „Anzahl der Eiskugeln“ → „Preis in €“ wird durch den Text beschrieben.

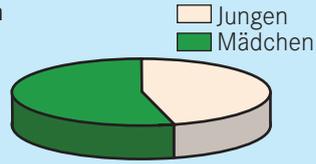
b) Darstellung einer Zuordnung durch eine Tabelle

Briefporto für einen Maxibrief innerhalb Europas: Die Zuordnung „Gewicht“ → „Preis in €“ wird durch eine Tabelle beschrieben.

Gewicht	Preis in €
bis 50 g	1,60
über 50 g bis 100 g	2,50
über 100 g bis 250 g	4,00
über 250 g bis 500 g	6,00
über 500 g bis 750 g	8,00
über 750 g bis 1 000 g	10,00

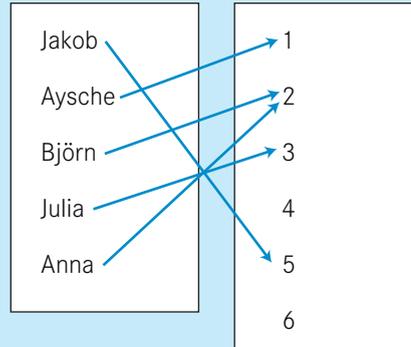
c) Darstellung einer Zuordnung durch ein Diagramm

Verteilung Jungen und Mädchen in der Klasse 7e (13 Jungen und 17 Mädchen): Die Zuordnung „Geschlecht“ → „Anzahl der Schüler“ wird durch ein Diagramm beschrieben.



d) Darstellung einer Zuordnung durch Pfeile

Ergebnisse in der letzten Mathematikarbeit: Die Zuordnung „Schüler/in“ → „Note Schüler/in“ wird durch ein Pfeildiagramm beschrieben.



e) Darstellung einer Zuordnung durch einen Graphen

Die Zuordnung „Datum“ → „Höchsttemperatur“ wird durch einen Graphen dargestellt.



Hinweis: Zuordnungen beschreiben Abbildungen. Diese können eindeutig oder mehrdeutig sein. Hierzu ein Beispiel: Jeder Schüler bzw. jede Schülerin einer Klasse hat einen Geburtstag. Die Abbildung ist eindeutig. Umgekehrt können auch Schüler/innen am gleichen Tag Geburtstag haben. Diese Abbildung ist mehrdeutig.

1 Zuordnungen

1 Lies aus der Währungstabelle folgende Werte ab.

Ist die Abbildung eindeutig oder mehrdeutig?

€	1	5	10	20	50	\$	1	5	10	20	50
\$	1,56	7,80	15,60	31,20	78,00	€	0,64	3,20	6,40	12,80	32,00

- a) Wie viel US-Dollar erhält man für 6 Euro (15; 25; 56)?
- b) Wie viel Euro erhält man für 6 US-Dollar (15; 25; 56)?

2 Teiler natürlicher Zahlen.

Notiere die Teiler der natürlichen Zahlen 15; 16; 23.

Lege eine Tabelle für die Zuordnung „natürliche Zahl“ → „Anzahl der Teiler“ an.

3 Kehre die Zuordnungen der Beispiele a) bis e) von Seite 6 – 7 um.

(Zum Beispiel: „Preis in €“ → „Anzahl der Eiskugeln“). Welche der neuen Zuordnungen ist eindeutig, welche ist mehrdeutig? Begründe deine Antwort.

1.2 Proportionale Zuordnungen

DARUM GEHT ES

Es gibt verschiedene Zuordnungen, eine wichtige Zuordnung ist die **proportionale Zuordnung**. Hier lernst du, was eine proportionale Zuordnung ist, wie du sie erkennst, wie du damit rechnest und wie das zugehörige **Schaubild** aussieht.

Proportionale Zuordnungen unterliegen einer bestimmten Regel bezüglich ihrer Zuordnungsvorschrift. Schau dir dazu den folgenden Kasten genau an!

DAS MUSST DU WISSEN

Proportionale Zuordnung

Regel: Eine Zuordnung heißt proportionale Zuordnung, wenn dem doppelten (halben, dreifachen, n -fachen) Wert von x der doppelte (halbe, dreifache, n -fache) Wert von y zugeordnet wird.

1.2 Proportionale Zuordnungen

BEISPIEL

In einer Eisdiele kostet 1 Kugel Eis 0,80 €. Wie viel kosten 3 Kugeln?

Anzahl Eiskugeln		Preis
1	→	0,80 €
× 3		× 3
3	→	2,40 €

Unter der Voraussetzung, dass es keinen Preisnachlass gibt, kosten 3 Kugeln 2,40 €.

1 Entscheide, welche Zuordnungen der Beispiele **b)** bis **e)** aus Abschnitt 1.1 (S. 6–7) proportional sind. Begründe deine Antwort.

2 Berechne für die proportionalen Zuordnungen die fehlenden Werte.

a) Eine Kinokarte kostet 8,50 €. Wie viel kosten 5 Kinokarten?

Anzahl		Preis
1	→	8,50 €
5	→	

b) Sechs Flaschen Mineralwasser kosten 2,79 €. Wie viel kosten 24 Flaschen?

Flaschen		Preis
	→	
	→	

c) 100 g Salami kosten 0,99 €. Wie viel kostet ein Pfund Salami?

Gewicht		Preis
	→	
	→	

1 Zuordnungen

d) Ein Pfund Äpfel kostet 1,49 €. Wie viel kosten 10 Kilo Äpfel?

Gewicht	Preis
	→
	→

3 Können die Tabellen zu einer proportionalen Zuordnung gehören?

a)

x	1	2	3	4	5	6
y	3	6	9	12	15	18

b)

x	1	2	3	4	5	6
y	4	8	12	16	15	18

4 Vervollständige die Tabellen zu einer proportionalen Zuordnung.

a)

x	1	2	3		10	20
y	3,50			14		

b)

x	6	2	1		18	24
y	2,50			10		

5 Lege eine Zuordnungstabelle an und vervollständige sie.

- a) 1 Kiste (12 Flaschen) Apfelsaft kostet 12,99 €. Wie viel kosten drei Kisten?
- b) Für einen Euro erhält man 1,34 US-Dollar. Wie viel Dollar erhält man für 20 €?
- c) 100 g Wurst kosten 2,40 €. Wie viel € kosten 250 g?

6 Schnelle Kapelle

Eine Musikkapelle mit 4 Musikern spielt ein Musikstück in 8 Minuten.
Wie lange dauert das Musikstück, wenn 8 Musiker das Stück spielen?

1.2 Proportionale Zuordnungen

DAS MUSST DU WISSEN

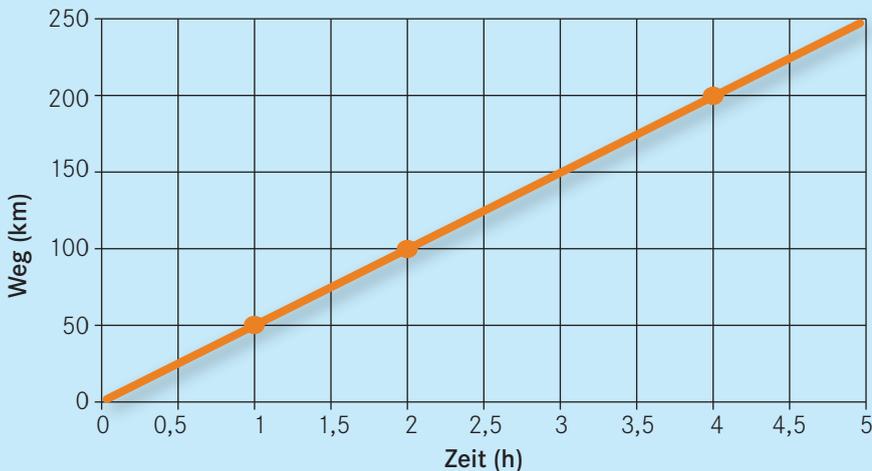
Halbgerade als Schaubild

Das Schaubild einer proportionalen Zuordnung ist eine **Halbgerade**. Die Halbgerade geht durch den Nullpunkt (0 | 0) und ist durch einen weiteren Punkt festgelegt.

Beispiel: Weg-Zeit-Diagramm

Wir tragen die folgende Zuordnung „Weg“ → „Zeit“ in ein Koordinatensystem ein.

Zeit	1 h	2 h	4 h
Weg	50 km	100 km	200 km



Hinweis: Den Quotienten $\frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}}$ nennt man Geschwindigkeit. In dem obigen Beispiel ergibt sich eine Geschwindigkeit von $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

7 Wertetabellen vervollständigen

Fülle die Tabelle so aus, dass jeweils eine gleich bleibende Geschwindigkeit vorliegt. Zeichne ein Schaubild der Zuordnung.

a)	Zeit	1 h	2 h		4 h
	Weg	5 km		15 km	
b)	Zeit	1 h			3,5 h
	Weg	40 km	80 km	100 km	

1 Zuordnungen

8 Proportionale Uhr

Das Gewichtsstück einer Standuhr bewegt sich in einer Stunde um 6 cm nach oben. Stelle diese proportionale Zuordnung im Koordinatensystem dar. Wie weit hat sich das Gewichtsstück nach 3,5 Stunden bewegt?

1.3 Antiproportionale Zuordnungen

WAS DU SCHON KÖNNEN MUSST

- ▷ Zuordnungen in verschiedenen Formen darstellen
- ▷ Wissen, was eine proportionale Zuordnung ist

DARUM GEHT ES

Es gibt verschiedene Zuordnungen, eine weitere wichtige Zuordnung ist die **antiproportionale Zuordnung**. Hier lernst du, was eine antiproportionale Zuordnung ist, wie du sie erkennst und wie du damit rechnest.

Antiproportionale Zuordnungen unterliegen einer bestimmten Regel bezüglich ihrer Zuordnungsvorschrift. Schau dir dazu den folgenden Kasten genau an.

DAS MUSST DU WISSEN

Antiproportionale Zuordnung

Regel: Eine Zuordnung heißt antiproportionale Zuordnung oder auch indirekt proportional, wenn dem doppelten (halben, dreifachen, n -fachen) Wert von x der halbe (doppelte, dritte, n -te) Teil des Wertes von y zugeordnet wird.

BEISPIEL

Ein Bagger braucht für eine Baugrube 12 Tage. Wie lange brauchen 3 Bagger?

Anzahl Bagger		Tage
1	→	12
× 3		: 3
3	→	4

Unter der Voraussetzung, dass alle drei Bagger gleich schnell arbeiten, brauchen sie zusammen für das Ausheben der Baugrube 4 Tage.

1.3 Antiproportionale Zuordnungen

1 Berechne für die antiproportionalen Zuordnungen die fehlenden Werte.

- a) Ein LKW braucht für den Abtransport von Bauschutt 20 Tage.
Wie viele Tage brauchen 5 LKWs?

Anzahl	Tage
	→
	→

- b) Eine Packung Meerschweinchentrockenfutter reicht bei einem Meerschweinchen für 12 Tage. Wie lange reicht sie bei drei Meerschweinchen?

Anzahl	Tage
	→
	→

- c) Aus einem Fass können 300 Gläser zu je 0,2l ausgeschenkt werden.
Wie viele Gläser können zu 0,4l ausgeschenkt werden?

Anzahl	Liter
	→
	→

- d) Eine Pumpe pumpt ein Schwimmbad in 18 Stunden leer. Wie lange brauchen 4 Pumpen?

Anzahl	Stunden
	→
	→

2 Können die Tabellen zu einer antiproportionalen Zuordnung gehören?

a)

x	2	4	8	16	32	64
y	10	5	1	0,5	0,3	0,125

b)

x	10	5	2	1	0,5	20
y	40	80	200	400	800	20

1 Zuordnungen

3 Vervollständige die Tabellen zu einer antiproportionalen Zuordnung.

a)	x	1	2	3		10	20
	y	30			6		
b)	x	6	2	1		24	120
	y	200			10		

4 Lege eine Zuordnungstabelle an und vervollständige sie.

- Ein Hafervorrat reicht für ein Pferd für 32 Tage, wie lange reicht der Vorrat für 4 Tiere?
- Bei einer Schifffahrt reicht der Proviant bei 8 Personen für 20 Tage. Wie lange reicht der Proviant bei 4 Personen?
- Zwei Bagger heben eine Baugrube in 10 Stunden aus. Wie lange brauchen 24 Bagger?

DAS MUSST DU WISSEN

Hyperbel als Schaubild

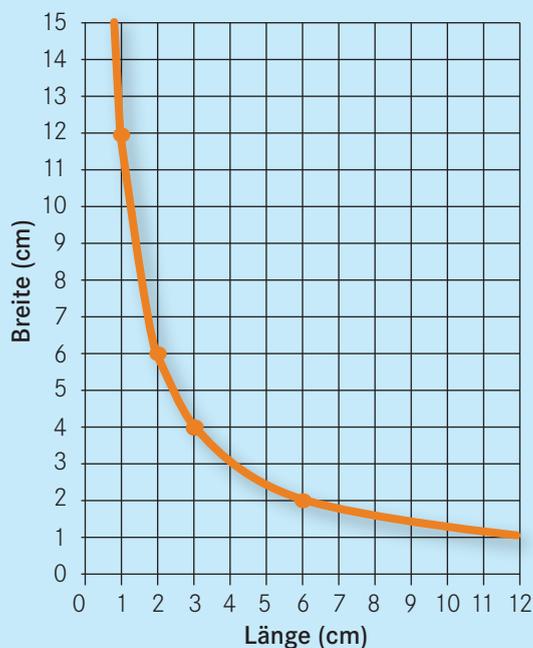
Bei einer antiproportionalen Zuordnung liegen die Punkte des Schaubilds (Graphen) auf einer Kurve. Diese Kurve nennt man **Hyperbel**. Sie trifft keine der beiden Achsen.

Beispiel:

Ein Rechteck hat einen Flächeninhalt von 12 cm^2 . Welche Rechteckformen sind möglich?

Wir tragen dazu die Zuordnung „Länge in cm“ \rightarrow „Breite in cm“ in eine Tabelle ein und zeichnen anschließend das Schaubild in ein Koordinatensystem.

Länge	Breite
1 cm	12 cm
2 cm	6 cm
3 cm	4 cm
6 cm	2 cm



1.4 Dreisatzrechnen mit proportionalen Zuordnungen

5 Gleich große Beete

Ein Schulgarten ist 150 m^2 groß. Es sollen gleich große Beete angelegt werden. Lege eine Tabelle für die Zuordnung „Anzahl der Beete“ \rightarrow „Größe eines Beetes“ an.

a) Zeichne das Schaubild.

Lies am Graphen ab:

b) Es sollen 25 Beete entstehen. Wie groß ist jedes Beet?

c) Wie groß wird jedes Beet bei 8 Beeten?

d) Jedes Beet soll 5 m^2 groß sein. Wie viele Beete erhält man?

Kontrolliere deine Antworten jeweils durch eine Rechnung.

1.4 Dreisatzrechnen mit proportionalen Zuordnungen

WAS DU SCHON KÖNNEN MUSST

▷ Wissen, was eine proportionale Zuordnung ist und diese erkennen

DARUM GEHT ES

Beim sogenannten Dreisatzrechnen mit proportionalen Zuordnungen geht es um ähnliche Rechnungen wie bereits zuvor. Zur Lösung dieser Aufgaben benötigst du drei Rechenschritte.

TIPPS UND INFOS

Günstige Einheiten

Beim Dreisatzrechnen mit proportionalen Zuordnungen rechne über die Einheit 1 oder eine andere günstige Einheit.

Beispiel:

12 Flaschen (1 Kasten) Mineralwasser kosten 5,88 €. Wie viel kosten 7 Flaschen Mineralwasser?

Anzahl Flaschen		Preis
12	\rightarrow	5,88 €
: 12		: 12
1	\rightarrow	0,49 €
\times 7		\times 7
7	\rightarrow	3,43 €

7 Flaschen Mineralwasser kosten 3,43 €.

1 Zuordnungen

Manchmal ist es auch einfacher, über eine andere Einheit als die Einheit 1 zu rechnen.

Beispiel: 60 Heftklammern wiegen 3 g. Wie viel Gramm wiegen 100 Heftklammern?

Anzahl Heftklammern	Gewicht
60	→ 3 g
: 3	: 3
20	→ 1 g
× 5	× 5
100	→ 5 g

100 Heftklammern wiegen 5 g.

1 Ergänze die Tabelle sinnvoll, sodass sich eine proportionale Zuordnung ergibt.

a)

Anzahl	Preis
9	13,50 €
1	
7	

b)

Gewicht	Preis
150 g	2,97 €
50 g	
350 g	

c)

Zeit	Füllmenge
12 min	48 l
3 min	
27 min	

d)

Anzahl	Preis
286	2.366 €
66	

e)

Gewicht	Preis
350 g	5,25 €
105 g	

f)

Zeit	Füllmenge
2,5 h	5 250 l
8 h	

1.5 Dreisatzrechnen mit antiproportionalen Zuordnungen

2 Dreisatz beim Einkauf

- a) Ein Strauß Blumen mit 7 Tulpen kostet 2,10 €. Wie viel kostet ein Strauß mit 9 Tulpen?
- b) Eine Wasserpumpe fördert 20 l in 50 Sekunden. In wie vielen Sekunden ist ein 15 l fassender Behälter gefüllt?
- c) 100 g Schrauben kosten 2,90 €. Wie viel Euro kosten 40 g?

3 Nährwertangaben

Auf einer Knusper-Müsli-Packung sind folgende Nährwertinformationen angegeben: 100 g enthalten: 420 kcal; Eiweiß 10 g; Kohlenhydrate 62 g; Fett 15 g; Ballaststoffe 5,4 g; Natrium 0,7 g; Vitamin B1 0,5 mg; Eisen 3 mg; Magnesium 100 mg. Berechne die Anteile für ein Frühstück, das aus 150 g Knusper-Müsli besteht.

1.5 Dreisatzrechnen mit antiproportionalen Zuordnungen

WAS DU SCHON KÖNNEN MUSST

▷ Wissen, was eine antiproportionale Zuordnung ist und diese erkennen

DARUM GEHT ES

Beim sogenannten Dreisatzrechnen mit antiproportionalen Zuordnungen geht es um ähnliche Rechnungen wie bereits zuvor. Auch zur Lösung dieser Aufgaben benötigst du drei Rechenschritte.

TIPPS UND INFOS

Günstige Einheiten

Beim Dreisatzrechnen mit antiproportionalen Zuordnungen rechne über die Einheit 1 oder eine andere günstige Einheit.

Beispiel:

Für den Anstrich und die Lackierung eines großen Schiffes brauchen 4 Maler 15 Tage. Wie lange brauchen 3 Maler?

Anzahl Arbeiter		Tage
4	→	15
: 4		× 4
1	→	60
× 3		: 3
3	→	20

Für die gleiche Arbeit brauchen 3 Maler 20 Tage.

1 Zuordnungen

Manchmal ist es auch einfacher, über eine andere Einheit als die Einheit 1 zu rechnen.

Beispiel: Ein Hafervorrat reicht bei einem Gestüt mit 12 Pferden für 210 Tage. Wie lange reicht der Vorrat für 8 Pferde?

Anzahl Pferde	Tage
12	→ 210
: 3	× 3
4	→ 630
× 2	: 2
8	→ 315

Der Vorrat reicht bei 8 Pferden für 315 Tage.

1 Ergänze die Tabelle sinnvoll, sodass sich eine antiproportionale Zuordnung ergibt.

a)

LKWs	Fahren
3	12
1	
4	

b)

Maschinen	Zeit zur Fertigstellung
9	27h
1	
2	

c)

Gewicht	Anzahl Verpackungen
250 g	12
50 g	
200 g	

1.5 Dreisatzrechnen mit antiproportionalen Zuordnungen

d)	Maschinen	Zeit zur Fertigstellung
	14	9 h
	18	

e)	LKWs	Fahren
	12	14
	7	

f)	Gewicht	Anzahl Verpackungen
	150 g	15
	250 g	

- 2
- 7 Arbeiter sollen Anstreicherarbeiten in einem Altbau in 8 Tagen durchführen. Wie lange brauchen 4 Arbeiter?
 - 3 Bagger heben eine Baugrube in 21 Stunden aus. Wie lange brauchen 7 Bagger?
 - In einem Gestüt reicht der Heuvorrat für 18 Pferde insgesamt 240 Tage. Es werden noch 4 Pferde dazugekauft. Wie lange reicht nun der Vorrat?
 - Ein Ölvorrat reicht in einem Wohnhaus 5 Monate bei einem monatlichen Verbrauch von 630 l. Wie lange reicht der Vorrat, wenn durch Einsparmaßnahmen nur 525 l monatlich verbraucht werden?
 - 24 LKWs können in 42 Arbeitsstunden einen Abfallberg abtransportieren. Wie lange brauchen 18 Lastkraftwagen?
 - Eine Computerseite hat bei einem 1,5-zeiligen Abstand 36 Zeilen. Wie viele Zeilen ergeben sich bei einem doppelzeiligen Abstand?

1.6 Quotientengleichheit und Produktgleichheit

WAS DU SCHON KÖNNEN MUSST

- ▷ Wissen, was eine proportionale und was eine antiproportionale Zuordnung ist und diese unterscheiden können

DARUM GEHT ES

Du erfährst, was die Begriffe Quotientengleichheit und Produktgleichheit bedeuten, und wie du damit rechnen kannst. Sie helfen dir schneller zu entscheiden, ob eine Zuordnung proportional oder antiproportional ist. Für jede proportionale und antiproportionale Zuordnung kannst du eine Vorschrift angeben, die die Zuordnung exakt beschreibt.

DAS MUSST DU WISSEN

Quotientengleiche Größen

Bei einer **proportionalen Zuordnung** sind die Quotienten zugeordneter Größen gleich (Quotientengleichheit). Der Quotient

$$q = \frac{2. \text{ Größe}}{1. \text{ Größe}}$$

heißt **Proportionalitätsfaktor**. Die Zuordnungsvorschrift einer proportionalen Zuordnung hat die Form

$$x \rightarrow q \cdot x.$$

BEISPIEL

Mithilfe des Proportionalitätsfaktors kannst du zeigen, dass die folgende Zuordnung proportional ist:

x	1	2	12	0,7
y	4	8	48	2,8

Du rechnest: $4 : 1 = 4$; $8 : 2 = 4$; $48 : 12 = 4$; $2,8 : 0,7 = 4$.

Der Quotient ergibt jedes Mal den Wert 4. 4 ist also der Proportionalitätsfaktor. Die Zuordnung ist damit proportional. Die Zuordnungsvorschrift lautet: $x \rightarrow 4 \cdot x$.

1.6 Quotientengleichheit und Produktgleichheit

DAS MUSST DU WISSEN

Produktgleiche Größen

Bei einer **antiproportionalen Zuordnung** sind die Produkte p zugeordneter Größen gleich (Produktgleichheit).

Die Zuordnungsvorschrift einer antiproportionalen Zuordnung hat die Form

$$x \rightarrow \frac{p}{x}.$$

BEISPIEL

Mithilfe der Produktgleichheit kannst du zeigen, dass die folgende Zuordnung antiproportional ist:

x	1	2	0,5	0,8
y	24	12	48	30

Du rechnest: $1 \cdot 24 = 24$; $2 \cdot 12 = 24$; $0,5 \cdot 48 = 24$; $0,8 \cdot 30 = 24$.

Das Produkt hat jedes Mal den Wert 24. Folglich ist die Zuordnung antiproportional.

Die Zuordnungsvorschrift lautet $x \rightarrow \frac{24}{x}$.

1 Überprüfe, ob die folgende Zuordnung proportional ist.

Gib im Falle der Proportionalität die Zuordnungsvorschrift an.

a)

x	1	2	0,25	40	0,5	0,3
y	3	6	0,75	120	1,5	0,9

b)

x	1	2	3	0,4	0,25	0,2
y	0,5	1	1,5	1,2	0,75	0,8

2 Überprüfe, ob die folgende Zuordnung antiproportional ist.

Gib im Falle der Antiproportionalität die Zuordnungsvorschrift an.

a)

x	1	2	3	4	0,5	0,6
y	12	6	4	3	21	20

1 Zuordnungen

b)

x	1	2	4	0,125	2,5	50
y	0,5	0,25	0,125	4	0,2	0,01

3 Ergänze die Tabellen, sodass sie jeweils proportional bzw. antiproportional sind. Gib die Zuordnungsvorschriften an.

a) proportional

x	1		3		5	0,5
y	4	8		16		

b) antiproportional

x	1		3		5	0,5
y	4	8		16		

Test

- 1** Aus einem undichten Wasserhahn tropft es.
Die Wasserleitung verliert in 5 Stunden 4 l. | 10 |

- a) Begründe, ob es sich um eine proportionale oder antiproportionale Zuordnung handelt.
b) Gib eine Zuordnungsvorschrift an.

- 2** Ergänze die Tabellen, sodass du je eine proportionale und antiproportionale Zuordnung erhältst. | 10 |

x	2	8	0,25		$\frac{1}{20}$
y	5			0,5	

x	2	8	0,25		$\frac{1}{20}$
y	5			0,5	

- 3** Ein Ölvorrat für ein Wohnhaus reicht 6 Monate, wenn monatlich 800 l Öl verbraucht werden. | 10 |

- a) Wie lange reicht er, wenn monatlich 1 200 Liter verbraucht werden?
b) Wie groß darf der monatliche Verbrauch sein, wenn der Vorrat 8 Monate reichen soll?

- 4** Ein Fuhrunternehmer soll 180 m^3 Erde abtransportieren. Mit 18 Fuhren hat er schon 108 m^3 abgefahren. Wie viele Fuhren sind für den Rest erforderlich? | 10 |

- 5** Ein vierjähriges Kind schläft täglich ungefähr 14 Stunden.
Wie viele Stunden schläft ein zweijähriges Kind täglich? | 10 |

| 50 |

Wie viele Punkte hast du? Erreichst du mehr als 39 Punkte, beherrschst du den Inhalt des Kapitels wirklich gut. Erreichst du weniger als 20 Punkte, dann solltest du dieses Kapitel wiederholen.

Der einfache Weg zu besseren Noten

- › Zuordnungen
- › Zinsrechnung
- › Rationale Zahlen
- › Winkel, Kongruenz, Dreiecke, Kreise
- › Beschreibende Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung
- › Ganzrationale Terme und lineare Gleichungen
- › Mit Lösungsheft zur Selbstkontrolle

Für das Gymnasium. Geeignet für alle Bundesländer.

ISBN 978-3-411-87031-8
12 € (D) · 12,40 € (A)



9 783411 870318

www.duden.de